

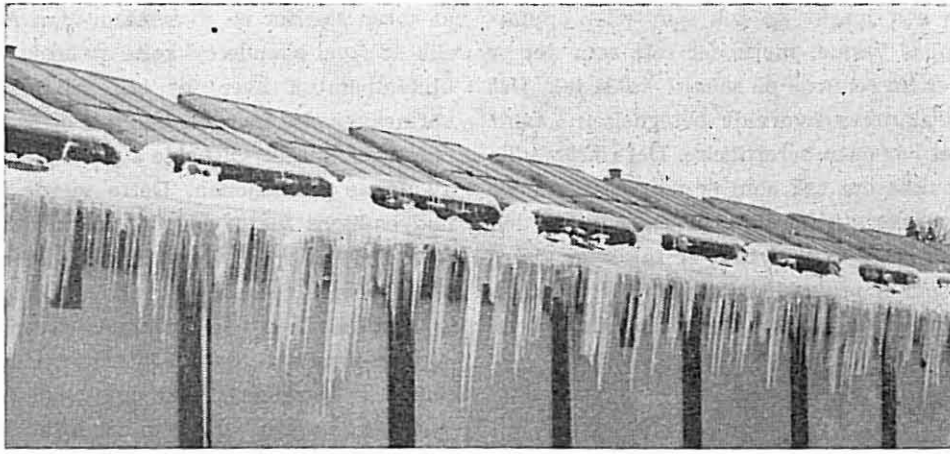
DET KALDE TAKS FUNKSJON

Av arkitekt Eirik Finne

Norges byggforskningsinstitut

Oslo 1963

Særtrykk av BYGG, nr. 3, 1963



Det kalde taks funksjon

Av arkitekt Erik Finne
Norges byggeforskningsinstitutt

DK 69.024:629.86

Alminnelige betraktninger.

Det finnes neppe noen innen bygningsbransjen som ikke kjenner uttrykket — eller kanskje man heller skal si slagordet — „det kalde tak”. Men hva er egentlig et kaldt tak? De fleste har vel en viss mening om hva de forstår med uttrykket, men går man det nærmere etter i sømmene oppdager man snart at begrepet er temmelig ullent.

Om man kort skal forsøke å resymere den alminnelige oppfatning av hva et kaldt tak er, så kommer man til at man med dette i funksjonell henseende stort sett forstår et tak som sneen blir liggende på uten å smelte. Litt mer presist blir det oppfattet som et tak med ganske jevn overflatetemperatur, og hvor det derfor ikke kan forekomme snesmelting på enkelte forholdsvis varme områder, hvorfra smeltevannet vil kunne renne ned på andre kaldere områder, hvor det igjen kan fryse og medføre skader. Det er særlig takrennene det i så fall går ut over, og i den strenge vinteren vi har hatt i år har det vært rikelig anledning til å konstatere at istappenes tid ennå ikke er forbi. Det kalde taket blir derfor også assosiert med isfrie renner og rimeligere vedlikehold. Ennvidere forbinder man disse egenskapene med bestemte konstruksjonsmessige utførelser som i prinsippet går ut på at det mellom den ytre tak huden og den innenforliggende isolasjonen er et hulrom som blir ventilert til uteluften gjennom åpninger i gesims eller gavlvegger, og eventuelt også gjennom lyrer eller kanaler i takmønet eller i selve takflaten. Man har en vag følelse av at dette hulrommet må ha en visse størrelse, eller rettere sagt at det ikke må være for lite. Men stør-

relsesbegrepet er meget svevende og tøyelig, og dersom man forsøker å kartlegge det, ender man som regel ved utgangspunktet — et ventilert hulrom.

Den alminnelige oppfatningen tillegger også det kalde taket en viss varmeisolerende evne, men dette er øyensynlig diktert mer ut fra et selvfølgelighetssyn som følge av forskriftenes krav om varmeisolasjon, enn ut fra en bevisst forestilling om isolasjonens evne til å forhindre eller redusere snesmeltingen. Dette fremgår klart av den ting at et vanlig tretak som oppfyller kravene til varmeisolasjon og ventilasjon blir ansett for å være et kaldt tak, mens et tilsvarende som blir fylt med mineralull — tykkelse ca 20 cm — nok må finne seg i å bli kalt et varmt tak, dersom ventilasjonen mangler.

Oppskriften for et kaldt tak blir å sørge for ventilasjonskanaler, luftinntaksåpninger og avtrekksåpninger. Og omvendt er hullene i raftet og lyrene i mønet selve kriteriet for at man har med et kaldt tak å gjøre. Ventilasjonen i taket blir med andre ord betraktet som et slags tryllemiddel som beskytter taket mot alt ondt. Denne oppfatningen kommer nok av at ventilasjonens kjølede virkning mer eller mindre ubevisst blir koblet sammen og tildels forvekslet med dens primære funksjon, nemlig den å holde taket tørt. Man snakker ofte om et kaldt tak når man har laget en konstruksjon som egentlig tar sikte på å skaffe et „tørt tak”.

Selv om ventilasjonen inngår som et viktig ledd i begge de to nevnte funksjonene, er imidlertid forholdet ikke så enkelt. De som bruker øynene godt, vil i snerike vintre legge merke til at sneen ofte kan ligge

tilsynelatende helt intakt på tak som etter oppfatningen må kalles varme, mens det rett som det er henger issvuller fra rennene på såkalte kalde tak. Det kan sikkert diskuteres hvorvidt betegnelsen „kaldt tak" overhodet har noen berettigelse. Det riktige ville vel være å snakke om tak som er mer eller mindre varme. Og den eneste utførelse som ligger opptil den absolutte betegnelsen vi benytter, er tak over virkelige loftsrom som er praktisk talt åpne mot uteluften og som dessuten er godt isolert mot de varme rommene under loftet.

Takets funksjon.

Hvorvidt — og i hvilken utstrekning — det vil kunne forekomme snesmeltning på et tak avhenger av differansen mellom den varmemengde som strømmer til, og den varmemengde som strømmer bort fra grensesjiktet mellom takets overflate og snelagets underside, idet temperaturen i dette sjiktet bare kan være 0 °C eller lavere. Denne varmestrømsdifferansen som forårsaker snesmeltningen blir bestemt av en rekke faktorer av hvilke ventilasjonen bare er den ene.

De viktigste faktorer som bestemmer varmetilførselen innenfra til grensesjiktet er inneluftens temperatur, varmeledningsmotstandene i materialsjiktene under og over ventilasjonskanalene, og temperatur og hastighet i den ventilasjonsluft som strømmer gjennom kanalene. Ennvidere vil varmetilførselen bli influert av mulige luftlekkasjer innenfra gjennom himling og isolasjon, evt. med kondensering av overskuddsfuktighet i denne luften, samt av materialenes fuktighetsinnhold og av varmestrålingen fra isolasjonens overside gjennom kanalhulrommet til yttertaket. Ventilasjonen på sin side avhenger igjen av vindforholdene på stedet, av husets plassering og orientering i terrenget, av de nærmeste omgivelsene og av takets form og helningsvinkel.

De viktigste faktorer som bestemmer varmestrømningen fra grensesjiktet og ut, er uteluftens temperatur, vindforholdene, snelagets tykkelse og konsistens, samt varmestrålingen fra eller til snelagets overside. Solbestrålingen kommer her i en særstilling og denne vil ofte kunne forårsake sterk snesmeltning selv ved lave utetemperaturer.

Varmestrømningen fra grensesjiktet og ut er altså sterkt avhengig av og varierer med vær- og klimaforholdene, mens varmetilstrømningen til sjiktet i stor utstrekning vil være uavhengig av disse variasjonene. Derfor vil det på ethvert tak — uansett konstruksjon — kunne forekomme smeltning i bunnen av snelaget når dette blir tilstrekkelig tykt. Likeledes vil det for enhver snelags-tykkelse kunne forekomme temperaturforhold som bevirker smeltning i bunnen av laget uten

at sneen smelter på overflaten. Man kan også si det slik at såvel økende tykkelse av snelaget som økende utetemperatur hver for seg vil medføre redusert varmeavgivelse fra grensesjiktet, mens varmetilstrømningen til sjiktet vil holde seg konstant og upåvirket av denne reduksjonen. Dette vil da før eller siden nødvendigvis måtte føre til smeltning i snelaget nær takoverflaten, da ventilasjonsmulighetene ikke er ubegrensede. Ved økende utetemperatur vil for øvrig grensetilfellet — når utemperaturen går mot 0 °C — bare være av teoretisk interesse, idet det har ingen praktisk betydning hvorvidt man kan forhindre smeltning i bunnen av sneen, når forholdene likevel går mot smeltning i hele snelaget.

Det eneste sikre kriterium for at det ikke forekommer smeltning i bunnen av snelaget er at temperaturen på takflaten er mindre enn 0 °C. Denne temperaturen kan dog ikke kontrolleres da den vil være en funksjon av de mange forskjellige, både kontrollerbare og ukontrollerbare påvirkningsfaktorene. Lufttemperaturen i ventilasjonskanalene vil imidlertid i de fleste aktuelle takkonstruksjoner ligge ganske nær overflatetemperaturen på taket — som regel vil den være litt høyere — og denne lufttemperaturen vil i stor utstrekning kunne kontrolleres. Derfor er det nærliggende å benytte ventilasjonsluftens temperatur i kanalene som kriterium for en evt. fare for snesmeltning, og det er da naturlig å sette som betingelse for ingen smeltning at denne temperaturen skal være mindre enn 0 °C. Men dette kriteriet vil ikke være helt „vanntett". Det kan f.eks. svikte ved sterk solbestråling på taket.

Prinsipielt kan altså snesmeltningen motvirkes ved å redusere varmegjennomgangen gjennom taket, dvs. ved isolering, samt ved ventilering å føre bort den varme som trenger gjennom isolasjonen. Derav ser man straks at de nødvendige størrelsene av ventilasjon og isolasjon avhenger av hverandre. Jo svakere isolasjonen er, desto bedre må ventilasjonen være for at yttertaket ikke skal bli tilført for mye varme.

Men dermed kommer taket inn i en isolasjonsteknisk „ond sirkel", idet de to prinsippene motarbeider hverandre således at en økende ventilasjon påvirker takets k-verdi og dermed medfører øket varmegjennomgang innenfra gjennom himling og isolasjon. Dette kan særlig være ille dersom isolasjonen i taket består av høyporøse materialer, f.eks. mineralull som er dårlig beskyttet mot luftinntrengning på grunn av manglende eller utett pappag på oversiden.

En annen ting er at ventilasjonskanalene stort sett blir utført således at de skal fungere etter det frie konveksjonsprinsippet, sannsynligvis ut fra den tanke at den naturlige påtvungne ventilasjon, som blir forårsaket av vinden, kan være mer eller mindre upålitelig. Men den frie konveksjonen virker etter skor-

steinsprinsippet, dvs. den forårsakes av luftens oppdrift i kanalene og denne er en funksjon av, og øker med differansen mellom lufttemperaturen i kanalene og uteluftens temperatur. Da ventilasjonens oppgave i „det kalde taket” nettopp er å bevirke at denne differansen blir minst mulig, og ihvertfall holde temperaturen i kanalene på ca 0°C, kan man sikkert sette et spørsmålstegn ved hvor effektivt den frie konveksjonen motarbeider snesmelting på taket, når det ikke er svært kaldt ute.

Ellers er lokal snesmelting pga. konstruksjonsmessige varmebroer et ganske alminnelig fenomen, og det finnes sikkert også mange andre ting som har innflytelse på snesmeltingen på taket.

Det er ikke mulig å ta hensyn til alle de influerende faktorene, dersom man vil forsøke å utlede et matematisk uttrykk som beskriver de prosesser som påvirker snesmeltingen. Dette ville også ha liten hensikt, idet de fleste faktorene er meget usikre, og fordi nøyaktigheten også vil være påvirket av at temperatur- og varmestrømsforholdene ytterst sjelden er stasjonære, men varierer med de tilfeldige svingningene i uteklimaet.

Man kan imidlertid danne seg et omtrentlig bilde av hva som foregår, om man utleder et slikt uttrykk under sterkt forenklete antakelser, hvor det bare blir tatt hensyn til de viktigste og lettest definerbare faktorer som har betydning for smeltingen. For stasjonære forhold — dvs. med stabile inne- og utetemperaturer over et lengre tidsrom — kan dette gjøres forholdsvis enkelt. I den følgende analyse blir det antatt stasjonære forhold for temperaturer og varmestrøm, og det blir videre antatt at ventilasjonen er påtvungen og av en bestemt konstant størrelse. Det blir ikke tatt hensyn til varmestråling eller varmebroer, og det forutsettes at himling og isolasjon er luft-tette. Endelig antas det at varmeovergangstallene er konstante, og at lufttemperaturen i et bestemt snitt i ventilasjonskanalen er konstant over hele tverrsnittet, og at den er den samme som i det tilsvarende snitt i berørings sjiktet mellom snelag og takflate. Dvs. beregningene utføres som om ventilasjonskanalen og smelteflaten ligger i samme plan. Denne siste forutsetningen vil i mange tilfeller være en nokså grov forenkling. Men som regel vil dog yttertakets ha så liten varmemotstand og isolasjonslaget være så sterkt at lufttemperaturen i kanalen ikke vil ligge meget over temperaturen i grensesjiktet. Den lille differansen kan betraktes som en sikkerhetsfaktor.

Opgaven blir da å bestemme denne temperaturen i luften i ventilasjonskanalene som funksjon av takkonstruksjonen, av inne- og utetemperatur, av snelagets varme-isolerende evne og av ventilasjonsstyrken. Dessuten å bestemme betingelsene for at denne temperaturen skal være mindre enn 0°C.

Beregning av luft-temperatur og nødvendig ventilasjonsstyrke i kanalene.

Under de gitte forutsetninger kan man sette opp følgende ligning for varmestrømstettheten innenfra gjennom en takstripe (se fig. 1) med flateinnhold $dF = b \cdot dx \text{ m}^2$:

$$q_1 = q_2 + q_3 + q_4 \quad (1)$$

hvor

$$q_1 = -k_i(\vartheta_i - \vartheta)$$

$$q_2 = -k_u(\vartheta - \vartheta_u)$$

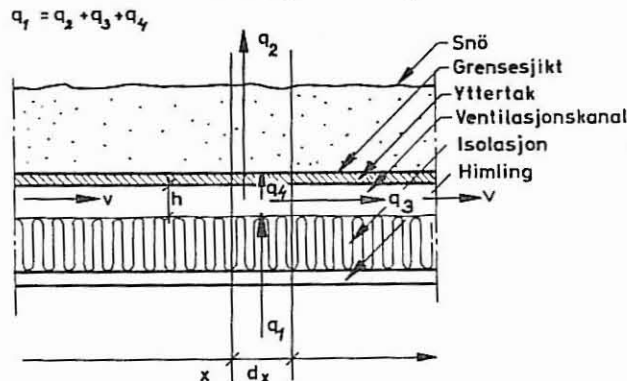
$$q_3 = -K \cdot h \cdot V \frac{d\vartheta}{dx}$$

$$q_4 = -s \cdot \frac{dg}{dF} = -\frac{s}{b} \cdot \frac{dg}{dx}$$

I disse ligningene betegner:

q_1 kcal/m ² ·h	Varmestrøm gjennom himling og isolasjon til ventilasjonskanalen.
q_2 „ „	Varmestrøm fra ventilasjonskanalen gjennom takhud og snelag til uteluften.
q_3 „ „	Varmemengde pr tids- og flate-enhet for oppvarming av ventilasjonsluften.
q_4 „ „	Varmemengde pr tids- og flate-enhet for smelting av sneen.
k_i kcal/m ² ·h·°C	Varmegjennomføringstall for den delen av taket som ligger under ventilasjonskanalen.
k_u „ „	Varmegjennomføringstall for den delen av taket som ligger over ventilasjonskanalen. I dette er inkludert snelaget.
ϑ_i °C	Temperatur i inneluften.
ϑ „	Luft-temperatur i snittet x i ventilasjonskanalen.
ϑ_u „	Temperatur i uteluften.
K kcal/m ³ ·°C	Luftens spesifikke, volumetriske varmekapasitet.
x m	Lengdekoordinat i ventilasjonskanalene med positiv retning i strømretningen.
h „	Ventilasjonskanalens høyde.
b „	Ventilasjonskanalens bredde.
V m/h	Ventilasjonsluftens strømningshastighet.

Fig. 1: Snitt gjennom tak dekket av snelag. Varmestrømføringsforholdene gjennom en takstripe $dF = b \cdot dx \text{ m}^2$ er betegnet med q .



s kcal/kg Sneens smeltevarme.

g kg/h Smeltende smengde pr tidsenhet.

k_i og k_u beregnes etter vanlig metode for beregning av k -verdier:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \quad (2)$$

hvor symbolene betegner:

a_1 kcal/m²·h·°C Varmeovergangstall henholdsvis til inneluften eller til uteluften.

a_2 -,,- Varmeovergangstall til luften i ventilasjonskanalen.

d_1, d_2 m Tykkelse av de forskjellige materialsjikt i konstruksjonen.

λ_1, λ_2 kcal/m·h·°C Varmeledningstall for de forskjellige materialsjikt i konstruksjonen.

Da såvel tykkelse som varmeledningstall for snelaget for en stor del må bestemmes skjønsmessig, vil det være tilstrekkelig for det ytre varmegjennomføringstall å sette følgende forenkling som forutsettes i den videre utledning:

$$k_u = \frac{\lambda_s}{d_s}$$

hvor λ_s og d_s er henholdsvis varmeledningstall og tykkelse for snelaget.

På et snebelagt tak med en viss helningsvinkel kan man anta at det normalt forekommer 4 adskilte områder med prinsipiell forskjell i gyldigheten av ligning (1). Grensene mellom de 4 områdene vil neppe være skarpe og forskjellen er betinget av hvorvidt det i områdene forekommer smelting, frysing eller ingen av delene. Om ϑ_0 betegner temperaturen på takoverflaten under snelaget kan man normalt foreta følgende inndeling av de 4 områdene:

Et øvre smelteområde med $\vartheta_0 = 0, \frac{dg}{dx} > 0$

Et mellomliggende nøytralt område med $\vartheta_0 = 0, \frac{dg}{dx} = 0$

Et mellomliggende fryseområde med $\vartheta_0 = 0, \frac{dg}{dx} < 0$

Et nedre nøytralt område med $\vartheta_0 < 0, \frac{dg}{dx} = 0$

Fysikalsk vil dette si at den varme som tapes til smeltingen i det øvre området transporteres med vannet langs takoverflaten og gjenvinnes ved frysingen lenger nede. Således vil også transporten av smeltet vannet influere på temperaturen i ventilasjonsluften og bidra til en hurtigere heving av denne. Dersom smeltet vannet trenger helt frem til gesimsen og fryser til is-svuller i takrennen, så vil dette normalt være et tegn på at det nedre nøytrale området ikke eksisterer.

Det kan imidlertid også bety at ventilasjonsluften går den gale veien. Den foranstående skjematisk område-inndelingen forutsetter nemlig at ventilasjons-

luften trekker inn ved takets laveste punkt og strømmer ut av kanalene ved takets høyeste punkt. Ved påtvungen ventilasjon kan det imidlertid godt forekomme at luften går den motsatte veien. Dette vil være betinget av takets orientering i forhold til den fremherskende vindretning og de nærmeste omgivelserforhold og det kan særlig tenkes å forekomme i pulttak. I sadeltak som mangler avtrekksåpninger i mønet vil det også forekomme på takets le-side.

I denne analysen er hensikten først og fremst å bestemme betingelsene for at snesmelting overhodet ikke skal kunne forekomme på taket. Følgelig forutsettes det at det nedre nøytrale området skal strekke seg over hele takflaten for hvilken vi da får følgende betingelser:

$$\vartheta_0 < 0, \frac{dg}{dx} = 0$$

$$q_1 = q_2 + q_3 \quad (3)$$

Ved innsetting og ordning av verdiene for q i varmestrømligningen (3) fremkommer følgende differensialligning:

$$\frac{d\vartheta}{dx} + \frac{k_i + k_u}{K \cdot h \cdot V} \vartheta = \frac{k_i \cdot \vartheta_i + k_u \cdot \vartheta_u}{K \cdot h \cdot V} \quad (4)$$

som har løsningen:

$$\vartheta = \frac{k_i \cdot \vartheta_i + k_u \cdot \vartheta_u}{k_i + k_u} + C_1 \cdot e^{-\frac{k_i + k_u}{K \cdot h \cdot V} x} \quad (5)$$

hvor C_1 er integrasjonskonstant.

For luftinntaksåpningen settes $x = 0$ og taklengden betegnes med l . Man får da følgende grensebetingelser:

$$\text{For inntaksåpningen: } x = 0, \vartheta = \vartheta_u \quad (6)$$

$$\text{For avtrekksåpningen: } x = l, \vartheta \leq 0 \quad (7)$$

Integrasjonskonstanten bestemmes ved ligningene (5) og (6), og man får:

$$C_1 = \frac{k_i(\vartheta_u - \vartheta_i)}{k_i + k_u}$$

og dermed blir den generelle ligningen for temperaturfunksjonen i hulrommet i et ventilert tak:

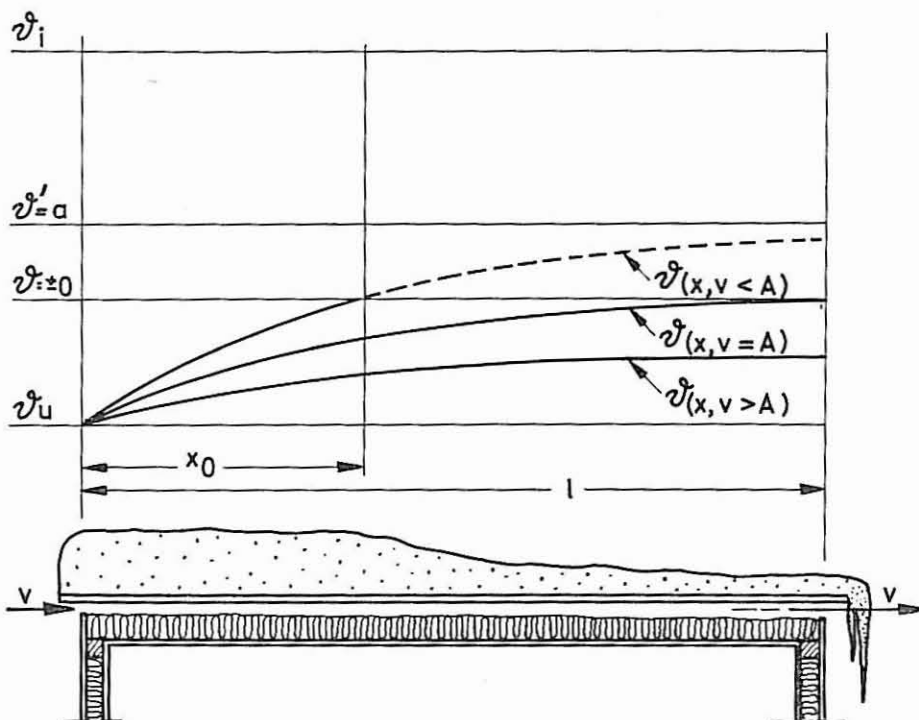
$$\vartheta = \frac{k_i \cdot \vartheta_i + k_u \cdot \vartheta_u}{k_i + k_u} + \frac{k_i(\vartheta_u - \vartheta_i)}{k_i + k_u} \cdot e^{-\frac{k_i + k_u}{K \cdot h \cdot V} x} \quad (8)$$

Når det ikke ligger sne på taket, gjelder ligning (8) for lufttemperaturen i ventilasjonskanalene over hele takets lengde. Når taket er snedekket gjelder den bare for den del av taket hvor det ikke forekommer snesmelting, dvs. for området fra luftinntaksåpningen og innover til det snitt x_0 hvor man får $\vartheta = 0$ (fig. 2).

Den nødvendige ventilasjonsstyrken bestemmes ved grensebetingelsene for avtrekksåpningen (7) og ligning (8) og man får

$$V \geq \frac{l}{K \cdot h} \cdot \frac{k_i + k_u}{\ln \frac{k_i(\vartheta_i - \vartheta_u)}{k_i \cdot \vartheta_i + k_u \cdot \vartheta_u}} = A \quad (9)$$

Fig. 2: Temperaturfunksjonen ϑ for ventilasjonsluften i kanalene i «kalde tak». Kurvene viser $\vartheta(x, V)$ som funksjon av tre forskjellige strømningshastigheter V i ventilasjonsluften. For $V > A$ vil det ikke forekomme snesmelting på taket. For $V < A$ vil sneen smelte på takpartiet som ligger til høyre for snittet x_0 . Etter forutsetningene kan ventilasjonsluftens temperatur ikke overstige 0°C og vil derfor ikke følge den stiplede linjen. $\vartheta' = a$ er den temperatur som stillestående luft ($V = 0$) i kanalene ville få dersom snelaget ble erstattet av et isolasjonslag av ikke smeltbart materiale ($q_i = 0$), og med samme k -verdi som snelaget. Denne temperatur er asymptote for funksjonene $\vartheta(x, V)$.



Setter man uttrykket for V inn i ligning (8) fremkommer så endelig temperaturfunksjonen for luften i et ventilt tak uten snesmelting:

$$\vartheta = \frac{k_i \cdot \vartheta_i + k_u \cdot \vartheta_u}{k_i + k_u} + \frac{k_i(\vartheta_u - \vartheta_i)}{k_i + k_u} \left(\frac{k_i(\vartheta_i - \vartheta_u)}{k_i \cdot \vartheta_i + k_u \cdot \vartheta_u} \right)^{-\frac{x}{l}} \quad (10)$$

Ligningen gjelder for det tilfelle som i grensebetingelsen (7) tilfredsstiller $\vartheta = 0$, altså hvor luft-temperaturen i avtrekksåpningen akkurat kommer opp i 0°C . Er denne temperaturen lavere så blir også temperaturene i kanalene tilsvarende lavere (Fig. 2).

Når ventilasjonen ikke er tilstrekkelig sterk til å forhindre snesmelting, kan man finne temperaturfunksjonen for det takparti hvor smelting ikke forekommer ved i ligning (10) å erstatte takets lengde l med x_0 . Ligningen gjelder da (se fig. 2), for $0 \leq x \leq x_0$. Med innføring av nye forenklete symboler blir temperaturfunksjonen:

$$\vartheta = \vartheta^1 - \Delta\vartheta \cdot e^{-R \frac{x}{x_0}} \quad (11)$$

hvor:

$$\vartheta^1 = \frac{k_i \cdot \vartheta_i + k_u \cdot \vartheta_u}{k_i + k_u}$$

$$\Delta\vartheta = \frac{k_i(\vartheta_i - \vartheta_u)}{k_i + k_u} = \vartheta^1 - \vartheta_u$$

$$R = \ln \frac{\Delta\vartheta}{\vartheta^1} = \ln \frac{k_i(\vartheta_i - \vartheta_u)}{k_i \cdot \vartheta_i + k_u \cdot \vartheta_u}$$

$$x_0 = \frac{K \cdot h \cdot V \cdot R}{k_i + k_u}$$

For det takparti hvor det forekommer snesmelting skal etter forutsetningene følgende betingelser gjelde:

$$\text{for } x > x_0, \vartheta = 0, \frac{dg}{dx} > 0$$

For snesmeltingen kan man da sette:

$$\frac{dg}{dx} = M \left(\vartheta^1 - \Delta\vartheta \cdot e^{-R \frac{x}{x_0}} \right) \quad (12)$$

hvor

$$M = \frac{b}{s} (k_i + k_u)$$

Ved integrasjon får man

$$g = M \left(\vartheta^1 \cdot x + \frac{\Delta\vartheta \cdot x_0}{R} \cdot e^{-R \frac{x}{x_0}} + C_2 \right) \quad (13)$$

Integrasjonskonstanten bestemmes ved grensebetingelsen:

$$x = x_0, g = 0 \quad (14)$$

hvilket gir

$$C_2 = -\vartheta^1 \cdot x_0 \left(1 + \frac{1}{R} \right)$$

Ved innsetting av verdien for C_2 samt taklengden l får man formelen for snesmeltingen på et tak med flateinnhold $F = b \cdot l \text{ m}^2$:

$$g = M \left(\vartheta^1 (l - x_0) + \frac{x_0}{R} \left(\Delta\vartheta \cdot e^{-R \frac{l}{x_0}} - \vartheta^1 \right) \right) \quad (15)$$

Det totale varmetapet Q kcal/h gjennom taket kan beregnes til:

$$Q = b \cdot k_i \left(\vartheta_i (l - x_0) + \int_{x=0}^{x=x_0} (\vartheta_i - \vartheta) dx \right) \quad (16)$$

som ved innsetting av uttrykket for ϑ etter ligning (5) ved grensebetingelsen $f = 0$ for $x = 0$ gir følgende formel:

$$Q = k_i \left\{ F \cdot \vartheta_i + b \cdot x_0 \left(\frac{\Delta \vartheta - \vartheta^1}{R} - \vartheta^1 \right) \right\} \quad (17)$$

Formel (17) gjelder bare for $0 \leq x_0 \leq l$, dvs. for et tak hvor det forekommer snesmelting og hvor $V \leq A$. Når ventilasjonen er så sterk at det ikke forekommer snesmelting, kan det totale varmetapet beregnes slik:

$$Q = b \cdot k_i \int_{x=0}^{x=l} (\vartheta_i - \vartheta) dx \quad (18)$$

hvor ϑ settes inn i formen

$$\vartheta = \vartheta^1 - \Delta \vartheta \cdot e^{-\frac{r}{V}x} \quad (19)$$

$$\text{med } r = \frac{k_i + k_u}{K \cdot h}$$

Med grensebetingelsen $Q = 0$ for $x = 0$ får man følgende formel som gjelder for $V \geq A$:

$$Q = b \cdot k_i \left\{ (\vartheta_i - \vartheta^1) l + \frac{V}{r} \Delta \vartheta \left(1 - e^{-\frac{r \cdot l}{V}} \right) \right\} \quad (20)$$

Diskusjon.

Av formel (9) ser man at for å forhindre snesmelting over hele taket trengs det en hastighet i ventilasjonsluften, som er direkte proporsjonal med takets lengde og omvendt proporsjonal med kanalhøyden. Videre ser man at den nødvendige lufthastigheten avtar raskt med avtagende k_i , dvs. med økende isolasjon i taket, og at den øker med avtagende k_u , dvs. med voksende snelagstykkelse og lettere konsistens av sneen. Man ser også at nødvendig hastighet $V \rightarrow \infty$ når $\vartheta_u \rightarrow 0$, og at $V = 0$ for $k_i \cdot \vartheta_i + k_u \cdot \vartheta_u \leq 0$. I det siste tilfelle blir den indre og ytre varmestrøm like store: $q_1 = q_2$ og $q_3 = 0$, og dermed $\vartheta \leq 0$. Dvs. tilstanden går over til vanlig stasjonær varmestrøm uten sluk eller kilder.

Dette fremgår også av ligning (8), om man i denne setter inn $V = 0$. Da faller siste ledd i ligningen bort, og man får for et tak uten snesmelting:

$$\vartheta = \frac{k_i \cdot \vartheta_i + k_u \cdot \vartheta_u}{k_i + k_u} = a$$

hvilket er det samme som man får når man regner ut temperaturfordelingen etter den vanlige formelen for endimensjonal, stasjonær varmestrømning uten kilder:

$$\vartheta = \vartheta_u + (\vartheta_i - \vartheta_u) \cdot \frac{m_u}{m_i + m_u}$$

med indre

varmegjennomføringsmotstand $m_i = \frac{1}{k_i} \text{ m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{°C/kcal}$
og ytre

varmegjennomføringsmotstand $m_u = \frac{1}{k_u} \text{ m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{°C/kcal}$

Av ligning (8) ser man dessuten at man får samme resultat når $x \rightarrow \infty$, idet siste ledd i formelen faller bort også i dette tilfelle. Dvs. at i et meget langt tak har ventilasjonen ingen praktisk betydning for snesmeltingen. Luften beveger seg i kanalene, men den har samme temperatur som stillestående luft i et ikke-ventilert tilsvarende tak under for øvrig like forhold.

Et par eksempler vil belyse forholdene mellom ventilasjon, isolasjon og snesmelting. Det kan være delte meninger om hvor tykt snelag et tak skal kunne bære uten at det forekommer snesmelting. Selv om det vel kan inntreffe at snelaget kan bli 1 m tykt og kanskje enda mer, er det neppe rimelig å forlange at smelting ikke skal forekomme ved slike store snemengder. Normalt er vel snelaget ca. 25 cm tykt, og setter man at taket skal tåle 50 cm uten smelting, så er det sikkert tilstrekkelig. Kravet til utetemperaturen må også bli gjenstand for skjønn. Det kan synes passelig å forlange at smelting ikke skal kunne forekomme ved temperatur -5°C eller lavere. For beregningene benyttes da følgende data:

Snelagstykkelse	0,50 m
Varmeledningstall for sne av romvekt 200 kg/m ³ ved temperatur 0°C .	0,13 $\frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{h} \cdot \text{°C}}$
Utetemperatur	-5°C
Innetemperatur	$+20^\circ\text{C}$
Luftens varmekapasitet	0,3 $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^3 \cdot \text{°C}}$
Sneens smeltevarme	80 kcal/kg
Takets lengde	10 m
Ventilasjonskanalenes høyde	0,05 m

Det antas 5 forskjellige tak av samme konstruksjon, og som bare adskiller seg fra hverandre ved tykkelsen av isolasjonslaget som består av mineralull. Himlingens varmegjennomføringsmotstand er antatt til $0,33 \text{ m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{°C/kcal}$. For mineralull er antatt $\lambda = 0,035 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot \text{°C}$. Se tabell 1.

Tabell 1. Beregning av k -verdier.

Tak 1, isolasjonstykkelse 0 cm, k_i 3,00	$\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{°C}}$
„ 2, „ „ 5	„ „ 0,57 „
„ 3, „ „ 10	„ „ 0,315 „
„ 4, „ „ 15	„ „ 0,217 „
„ 5, „ „ 20	„ „ 0,167 „
Ytre varmegjennomføringstall	
$\lambda_s/d_s = 0,13/0,5$	k_u 0,26 „

Med like takkonstruksjoner, men forskjellige isolasjonstykkelser vil det riktignok bli forskjellig høyde i kanalene i takene. I praksis forekommer det imidlertid alltid så mange innsnevringar at det synes rimelig å anta at effektiv kanalhøyde er temmelig uavhengig av isolasjonstykkelsen. Det tenkes da her på yttertak, som er isolert i bjelke- eller sperrelag.

Tabell 2 viser nødvendig ventilasjonshastighet for å forhindre snesmelting på takene under de gitte betingelser, regnet ut etter formel (9).

Tabell 2. Beregning av ventilasjon og snesmelting.

	for $V = 0$ $\partial_i \cdot k_i + \partial_u \cdot k_u$ kcal/m ² ·h	for $dg/dF = 0$ V nødvendig m/h	for $V = 0$ dg/dF m/sek	for $V = 0$ dg/dF kg/m ² ·h
tak 1	58,7	8900	2,47	0,735
tak 2	10,3	1620	0,45	0,127
tak 3	5,0	840	0,23	0,063
tak 4	3,03	550	0,15	0,038
tak 5	2,03	410	0,11	0,025

$\partial_i \cdot k_i + \partial_u \cdot k_u$ angir den varmemengde som medgår til snesmelting dersom luften i kanalen står stille, dvs. dersom $V = 0$. Den er regnet ut etter formel:

$$q_4 = q_1 - q_2 \quad \text{for } q_3 = 0$$

Den siste tallkolonnen i tabell 2 angir den mengde sne som smelter pr tids- og flateenhet, dersom ventilasjonen ikke fungerer. Den beregnes slik:

$$\frac{dg}{dF} = \frac{\partial_i \cdot k_i + \partial_u \cdot k_u}{s}$$

Den samme snesmeltingen vil man få også når ventilasjonen fungerer, dersom taket er uendelig langt.

I tabell 3 er smeltende snemengder og varmetap regnet ut for forskjellige ventilasjonshastigheter i tak med bredde $b = 10$ m. Arealet av takflaten blir dermed $F = 10 \cdot 10 = 100$ m². Dette er en normal størrelse av takflaten i småhus. For hvert tak viser den øverste tallrekken forholdene ved stillestående luft $V = 0$ i kanalene. Den tredje tallrekken viser forholdene ved $V = A$, dvs. den minste hastighet som må til for å forhindre snesmelting over hele taket. Den fjerde tallrekken viser forholdene ved sterk gjennomblåsing av taket med ventilasjonshastighet tilsvarende 5 m/sek. Den er tatt med for å belyse ventilasjonens innflytelse på varmegjennomgangen i takene. Ved denne store hastigheten vil det i de isolerte takene være utetemperatur praktisk talt gjennom hele kanalen. I dette tilfelle er x_c et mål for hvor langt det angjeldende taket kunne ha vært uten at det ville forekomme snesmelting.

Den første tallkolonnen viser ventilasjonshastigheten V . Annen kolonne viser lengden x_c av det takparti hvor det ikke forekommer snesmelting. Tredje kolonne viser smeltende snemengde g regnet ut etter formel (15). Fjerde kolonne viser den varmemengde $s \cdot g$ som medgår til smeltingen. Den siste tallkolonnen viser det totale varmetapet Q

Tabell 3. Beregning av smeltende snemengder og varmetap ved forskjellige ventilasjonshastigheter.

	V m/h	x_c m	g kg/h	$s \cdot g$ kcal/h	Q kcal/h
Tak 1	0	0	73,4	5 870	6 000
	4 435	5	4,35	348	6 365
	8 870	10	0	0	6 730
	18 000	20,3	0	0	7 110
Tak 2	0	0	12,6	1 010	1 140
	805	5	1,3	104	1 208
	1 610	10	0	0	1 275
	18 000	112	0	0	1 410
Tak 3	0	0	6,25	500	630
	422	5	0,61	49	666
	844	10	0	0	703
	18 000	213	0	0	783
Tak 4	0	0	3,8	304	434
	275	5	0,46	37	459
	549	10	0	0	483
	18 000	328	0	0	540
Tak 5	0	0	2,55	204	334
	199	5	0,36	29	353
	399	10	0	0	371
	18 000	452	0	0	416

gjennom taket regnet ut etter formlene (17) og (20). I dette er inkludert den varmemengde som medgår til snesmeltingen.

Konklusjon.

Når man betrakter disse tallene, virker det innlysende at man bør isolere takene bedre enn det som i dag er vanlig praksis. Med god isolasjon vil man langt på vei kunne forhindre snesmelting, og i alle fall redusere smeltingen til et minimum. Når man betrakter tallene for varmesluket, får man også svar på spørsmålet om hva som egentlig burde betegnes som et kaldt tak. Jo mer man øker isolasjonen, desto mindre varme sløser man bort til snesmelting eller ventilasjon. Redusert varmetilførsel gir lavere temperaturer. Når taket er godt isolert, vet man hva man har, og man vet at taket vil kunne tåle store snemengder uten generende smelting. Om man bare setter sin lit til ventilasjonen, er man på usikker grunn, fordi man aldri vet hvor godt denne fungerer. Til alt overmål vil det som regel også være slik at ventilasjonen fungerer dårligst når den er mest påkrevet, dvs. i langvarige kuldeperioder, som den vi har hatt i vinter. Kuldeperiodene er som regel de roligste periodene med hensyn til vindforhold, og vind må man ha dersom ventilasjonen skal kunne forhindre snesmelting.

I tillegg til den store sikkerheten mot snesmelting, sparer isolasjonen oss for de betraktelige varmemengder som medgår til smeltingen, eller som føres

bort av ventilasjonen. Isolasjonen reduserer ikke bare varmetapet når det ligger sne på taket. Fordelen ved god takisolasjon er minst like stor når taket er snedbart i kuldeperiodene. Dessuten medfører isolasjonen den store fordel at den om sommeren i betraktelig grad vil kunne redusere sjenerende varmeinntrengning på grunn av solbestråling på taket.

Kort sagt, taket er den bygningsdel som er sterkest påkjent m.h.t. varmegjennomgang. Det vil alltid lønne seg å isolere det best mulig. Også fordi det er en taknemlig bygningsdel å isolere, da det som regel har rikelig plass. Det burde bli vanlig praksis å fylle hele hulrommet mellom bjelker eller sperrer i taket med et høyverdig isolasjonsmateriale. Da får man en isolasjonstykkelse på ca 20 cm. På et slikt tak vil man også kunne få en god sikring mot luftinnblåsing i isolasjonen, idet forhudningspappen kan legges direkte på isolasjon og bjelkelag. Da kan pappen skjøtes langsgående over bjelkene og klemmes til disse med langsgående sløyfer. I kanalene mellom papp, sløyfer

og bordtak vil et slikt tak få en tilstrekkelig god ventilasjon.

Det forutsettes at dampsperrsjiktet under isolasjonen er omhyggelig utført. Dette bør alltid være en selvfølge i et isolert tak, så man ikke risikerer fuktighetsdannelse på grunn av kondensering av vandamp innenfra. Den største faren i så henseende representerer luftgjennomgangen gjennom himlingen. Derfor må sperrsjiktet anbringes forsiktig, så det ikke får hull eller rifter. Særlig omhyggelig må man være med utførelsen av skjøtene. Det burde bli vanlig praksis både å lime og klemme alle skjøtene i dampsperrsjiktet i taket. Med en slik utførelse av dampsperrsjiktet, full isolering i hulrommet og tilstrekkelig ventilasjon til å få ut fuktighet, vil vi få funksjonelt gode tak som er tilpasset norsk klima. Kanskje kan vi da endelig kvitte oss med de ubehagelig lyrene som både er kompliserte og skjemmende og som ofte virker mot sin hensikt. Dessuten vil slike tak i lengden sannsynligvis bli mye billigere.

Sammendrag.

«Det kalde tak» er en betegnelse brukt for tak som blir ansett for ikke å være utsatt for snesmelting og isdannelse i rennene. Denne egenskap blir tilskrevet effekten av ventilasjonen i slike tak. Det er imidlertid ikke uvanlig å se at det også kan henge istapper fra rennene på disse takene. For å få et bilde av ventilasjonens innflytelse blir det utledet en teori for snesmeltingen. Utledningen bygger på meget forenklede antakelser. Det forutsettes at luften i ventilasjonskanalene skal ha samme temperatur som berøringssjiktet mellom takets overflate og snelaget.

Følgende ligning (1) settes opp: $q_1 = q_2 + q_3 + q_4$ hvor q_1 = varmestrøm innenfra til ventilasjonskanalen, q_2 = varmestrøm gjennom yttertak og snelag til uteluften, q_3 = nødvendig varmemengde for oppvarming av ventilasjonsluften, q_4 = smeltevarme.

Det blir utledet uttrykk for temperaturfunksjonen i ventilasjonsluften (8) (10), nødvendig ventilasjonshastighet for å unngå snesmelting (9), smeltende snemengde (13) og totalt varmetap gjennom taket (17) (20). I et talleksempel blir avhengigheten mellom ventilasjon, isolasjon og snesmelting vist for 5 like tak med forskjellige isolasjonstykkelser. Konklusjonen er at man må isolere takene bedre.

Summary

«The cold roof» is an expression used for roofs considered not to be liable to snow-melting and ice-growth in the gutters. This property is generally ascribed to the effect of the ventilation system of such roofs. It is, however, not unusual to see icicles hanging from the gutters even on these roofs. To get a picture of the influence of the ventilation, a theory for the snow-melting is developed. The deduction is based upon very simplified assumptions. It is assumed that the temperature of the air in the ventilation ducts shall be the same as that prevailing in the contact plane between the top of the roof and the snow layer.

The following equation is set up:

$$q_1 = q_2 + q_3 + q_4$$

where q_1 = heat flow from the inside to the ventilation ducts, q_2 = heat flow through slating and snowlayer to the outside air, q_3 = amount of heat needed for heating of the ventilation air, q_4 = melting heat. Expressions are developed for the temperature function of the air in the ducts (8) (10), required amount of ventilation in order to avoid snow-melting (9), quantity of melting snow (13) and total heat loss through the roof (17) (20). In a numerical example, the relation between ventilation, insulation and snow-melting is shown for five equal roofs with different insulation values. In conclusion, the necessity of better roof insulation is emphasized.

Sertrykk nr. 2020

AAS & WAHLS BOKTRYKKERI, OSLO