

3.1.2. Driften av ett elektriskt produktionssystem — en flerstegs beslutsprocess

Byrådirektör J LINDQVIST, Kungl. Vattenfallsstyrelsen

Introduktion

Den matematiska modell av produktionssystemet som beskrivs på följande sidor är ett av de hjälpmedel, som används i Vattenfallsstyrelsen vid den teknisk-ekonomiska långtidsplaneringen av systemutbyggnaderna. Mera detaljerat uttryckt medger modellen genom simulering av den löpande driftens produktionsvillkor en uppskattning av det förväntade medelvärdet på de rörliga kostnaderna (kr/år) för en längre tidsperiod och för ett givet produktionssystem. Genom att i modellen variera den faktor, som skall studeras (exempelvis långtidsmagasin, vattenkraftproduktion, värmekraftproduktion), kan ekonomiska jämförelser göras (varvid också de fasta kostnaderna beaktas) mellan olika alternativa utbyggnader, så att den mest ekonomiska kan utväljas. Beräkningarna genomföres på elektronisk datamaskin.

Statens Vattenfallsverk har nu (våren 1961) en vattenkraftproduktion på ca 15 000 GWh/medelår, vilket är 45 % av Sveriges totala vattenkraftproduktion. Normalt svarar vattenkraften för ca 95 % av verkets totala produktion. Resten är konventionell värmekraftproduktion. Den installerade vattenkrafteffekten är ca 3 000 MW (25 större anläggningar) och den installerade värmekrafteffekten ca 600 MW (3 anläggningar). Långtidsmagasinen rymmer maximalt ungefär 5 500 GWh. Den totala, sammanlagrade tillrinningen har en avvikelse från årsmedelvärdet på omkring ± 24 % under extrema våtar och extrema torrår, allt vid en risk för överskridande på ca 3 %. Något mera än 60 % av den totala tillrinningen inträffar normalt under tiden maj—augusti. Rena strömkraftverk existerar inte, men nedanför de stora magasinen kommer omkring 1/3 av den totala tillrinningen, huvudsakligen under sommaren. 95 % av vattenkrafteffekten är fördelad på 5 större älvar.

Värmekraften användes huvudsakligen för produktion under vattenbrist-tider, dvs. under vintern och under torrår, samt för någon spetskraftproduktion. Värmekraftproduktionen kommer emellertid att ta en allt större andel av den totala produktionen allt eftersom primakonsumtionen ökar (ca

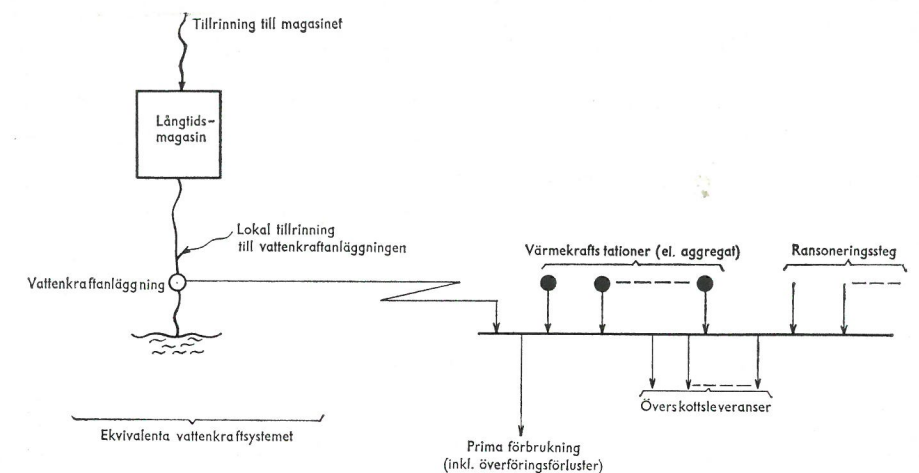


Fig. 64. Schema över produktionssystemet.

6 % per år). Detta beror bl. a. på de successivt ökande anläggningskostnaderna för ny vattenkraft.

Det är således ett viktigt problem för Vattenfall att åstadkomma en optimal avvägning mellan de olika produktionskällorna vattenkraft (inkl. långtidsreglering) och värmekraft (kondenskraftanläggningar, gasturbiner, atomkraftanläggningar). Mycket arbete nedlägges på detta slag av planering.

Modellens omfattning

Modellen (fig. 64) omfattar på produktionssidan ett långtidsmagasin, som är hopvägt så att det korresponderar till hela systemets samtliga långtidsmagasin, en vattenkraftproduktion (också ekvivalent med hela systemets) och ett antal värmekraftstationer eller aggregat. Tillrinningen till magasinet är känd till sin storlek endast statistiskt. Denna tillrinning kan regleras mellan magasinets gränser. Nedanför magasinet, men ovanför vattenkraftanläggningen tillkommer en tillrinning, som inte kan lagras, utan måste antingen utnyttjas omedelbart i stationen eller spillas bort. Kraftanläggningens verkningsgrad förutsättes vara konstant.

Vattenkraftproduktionen är underkastad vissa begränsningar. Sålunda kan inte magasinet vid en viss tidpunkt innehålla mera än en viss angiven energikvantitet och denna kvantitet får inte bli negativ. En minsta tillåten produktion i stationen är också angiven, ehuru denna kan variera från tid till annan. Ett maximum är härvid också specificerat. De olika värmekraftstationerna har individuella rörliga produktionskostnader (öre/kWh), vilka emellertid är konstanta för varje station.

Skulle de kombinerade produktionsresurserna vara otillräckliga för att klara primaförbrukningen (huvudsakligen på grund av torka) införes ransonering av primaförbrukningen i successiva steg. Varje ransoneringssteg (GWh) är förbundet med en relativt hög rörlig kostnad, vilken i vårt fall är en ren goodwillkostnad. Storleken på denna kostnad har hitintills beräknats på ett indirekt sätt. Vattenfalls ledning har för långtidsplaneringen förestavat något som i princip innebär, att risken för att man skall erhålla ett år med någon som helst ransonering, orsakad av torka, måste vara mindre än 3 %. Detta beslut innebär en värdering av ransonerad kraft och detta värde (öre/kWh) kan beräknas i modellen, om alla de andra kostnadskaraktäristikerna är givna. Man har att använda sig av »trial-and-error» teknik och se efter i modellberäkningarna, vilket värde på ransoneringen, som ger den önskade ransoneringsrisken. En ytterligare reduktion av risken, t. ex. till 1 % blir dyrbar och en ökning till mer än ca 5 % ger ogynnsamma återverkningar på landets totala energibalans och dess nationalekonomi.

Mycket är att säga om detta problem, men det skulle föra för långt att här fortsätta med detta. En viktig fråga måste emellertid beröras, och det är i vilken utsträckning den slutliga lösningen på vårt problem kommer att bero på storleken på den beräknade ransoneringsrisken och följaktligen på kostnaderna för ransonering. Det är tydligt, att om man inte skulle tillåta någon som helst risk för torrårsransonerings skulle inte mycket vattenkraft kunna byggas, men detta är ett orimligt krav. I det intervall på risken (2—5 %), som är aktuellt i Sverige, kommer vårt optimum inte att bero så mycket på denna risk för ransonering. Detta problem kan med stor fördel studeras i den här beskrivna modellen.

Konsumtionssidan omfattar först den s. k. prima förbrukningen, vilken anses vara känd till storlek och fördelning i tiden. Korttidsvariationer (under dygnet och veckan) är utjämnade och beaktas inte i modellen. Vi använder oss av månadsmedelvärden, och vi har följaktligen 12 sådana medelvärden för prima konsumtion att beakta. Överföringsförlusterna inkluderas därvid i prima förbrukningen. Belastningssidan upptar också ett antal avkopplingsbara sekundabelastningar, vilka betalar ett relativt lågt pris (öre/levererad kWh). Sekundabelastningen utgöres huvudsakligen av elångpannor, export till Danmark osv. Däremot bortses här från det tillfälliga kraftutbytet med de privata kraftföretagen.

Modellen innehåller som tidigare nämnts en ekvivalent vattenkraftanläggning, som erhållits genom hopvägning av systemets olika vattenkraftskomponenter (vattenkraftstationer, magasin och tillrinning). Beträffande kraftstationerna är vi speciellt intresserade av deras totala maximala produktionskapacitet under en månad med riklig vattenkrafttillgång. Genom

att studera varje station för sig kan vi bestämma dess maximala produktionsförmåga (GWh/mån.). Summan av dessa blir något för stor och reduceras ca 10 %. På liknande sätt bestämmas den totala, minimala produktion, som man måste räkna med beroende på minimivattenföringar, som föreskrivits av vattendomstolarna i de olika älvarna. Det maximala innehållet i de enskilda magasinen beräknas på basis av medelverkningsgraden för de kraftstationer, som är belägna nedströms ifrågavarande magasin. Efter summering gör vi en reduktion på ca 5 %.

Beräkningen av den ekvivalenta tillrinningen är en något mera komplicerad fråga. Vi söker här efter den totala, reglerbara och producerbara tillrinningen, och den lokala, producerbara tillrinningen. Vi måste här starta med en ansats baserad på en iteration, vilken skall beskrivas senare.

Vi kan nu tänka oss att vi fått en ekvivalent vattenkraftanläggning, som deltar i våra modellberäkningar. Som ett resultat av dessa beräkningar erhålles för varje månad bl. a. en total vattenkraftproduktion.

Vi använder oss nu av en speciell »produktionsfördelningsmodell», dvs. en modell, där man kan fördela en given total vattenkraftproduktion på enskilda älvar. Vi skall här bara snudda vid principerna för denna fördelning. Under sommaren (1 maj—31 augusti) strävar man alltid att fylla de enskilda magasinen så, att risken för spill är densamma i varje magasin. Under vintern (1 sept.—30 april) försöker man alltid att sänka magasinen, så att sannolikheten för tömning ner till vissa av den aktuella kraftbalanssituationen (i den aktuella månaden) givna innehåll den 1 maj skall vara densamma i alla magasin. Man kan säga, att dessa innehåll den 1 maj (normal tidpunkt för vårflodens ankomst) är den prognoserade flerårsregleringen. Vi kopplar nu ihop »totalanläggningsmodellen» (dvs. den modell, som beskrives här) och »produktionsfördelningsmodellen» på följande sätt. Så snart som vi från beräkningarna har fått fram en total vattenkraftproduktion för den kommande månaden, fördelar vi denna produktion bland de enskilda älvarna så väl som möjligt med hänsyn till restriktionerna. Med hjälp av denna hopkoppling av modellerna kan vi beräkna månad efter månad, dels den totala, lagrings- och producerbara tillrinningen och dels den lokala och producerbara tillrinningen. Skulle dessa tillrinningar därvid skilja sig alltför mycket från tillrinningarna i vår första ansats, utgår vi från de nya tillrinningarna i de fortsatta beräkningarna.

Denna hopkoppling av de båda modellerna är nödvändig endast då man ändrar utbyggnadsstadiet för vattenkraftsystemet, dvs. när nya vattenkraftstationer tillkommer, men inte alltid när magasinskapaciteten ändras. Då man t. ex. varierar kostnader, värmekrafteffekt, primaförbrukning osv. kan man hela tiden använda sig av samma ekvivalenta tillrinningsmaterial utan alltför stor approximation.

Problemets formulering och dess lösning

Typiskt för driften av ett kraftsystem är den ständiga nyplanering av exempelvis vattenkraftproduktionen som sker med jämna mellanrum i tiden. Detta förhållande kan kallas en flerstegs beslutsprocess. I vår modell bestämmer vi storleken på vattenkraftproduktionen den 1:a varje månad under en 30-årsperiod. Denna produktion upprätthålles sedan under månaden så långt som det är möjligt med hänsyn till de ovannämnda restriktionerna. Vattenkraftproduktionen kompletteras med värmekraft, om detta är nödvändigt för att täcka primärförbrukningen. Ibland är vattenkraftproduktionen så stor, att överskottskraft levereras.

För att simulera den aktuella tillrinningen använder vi statistiska månadsmedelvärden på tillrinningen under en 30-årsperiod (f. n. använder vi perioden 1.9.1926—31.8.1956). Sålunda är den aktuella, väntade tillrinningen under varje kommande månad okänd till storlek och fördelning i tiden. Tillrinningarna antages vara oberoende av varandra, fastän det i praktiken finns en viss korrelation mellan dem, t. ex. under höstmånaderna september till december. Emellertid är inte korrelationen så stark, och vi har inte funnit något skäl att beakta den. Att beakta korrelationen bereder inga teoretiska svårigheter, men det skulle öka räknetiden.

Problemet är nu att utnyttja våra tillgångar av reglerbart vatten på sådant sätt att för varje studerat utbyggnadsalternativ summan av de rörliga kostnaderna för värmekraft inkl. ransoneringskostnaderna minskad med inkomsten från överskottsleveranser skall bli så liten som möjligt under en längre följd av år. För detta ändamål behöver vi varje gång, som ett beslut om produktionen skall företas, en »beslutsfunktion», som anger den produktion, som representerar ekonomiskt optimum för den kommande månaden. Den beslutsfunktion, som vi har valt är en magasinspriskurva (fig. 65), där det förväntade gränsvattenvärdet (öre/kWh) på lagrat vatten anges som funktion av det kända magasinsinnehållet (GWh). Vi producerar under den kommande månaden (så långt som t. ex. den lokala tillrinningen medger) just så mycket värmekraft eller levererar just så mycket överskottskraft som motsvarar gränsvattenvärdet på det lagrade vattnet.

Kostnaderna för ökad värmekraftproduktion och gränsintäkten från försäljning av överskottskraft visas för varje månad i en annan kurva av trappstegsform (fig. 66), där samtidigt resurserna på såväl produktions- som konsumtionssidan framgår. Den maximalt möjliga produktionen har härvid beräknats med hjälp av ett speciellt förberedande program på datamaskinen. Hänsyn har då tagits till primärförbrukningens varaktighet under dag, natt och helg, till maximalt möjlig produktion och korttidsregleringsmöjligheter hos vattenkraftproduktionen, till minimum av spetsvärmepro-

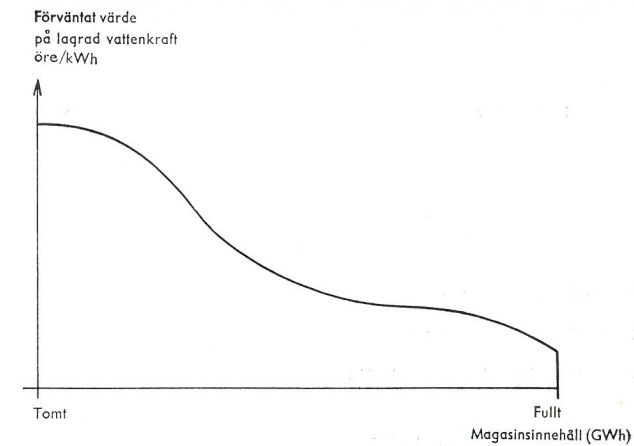


Fig. 65. Exempel på en magasinspriskurva.

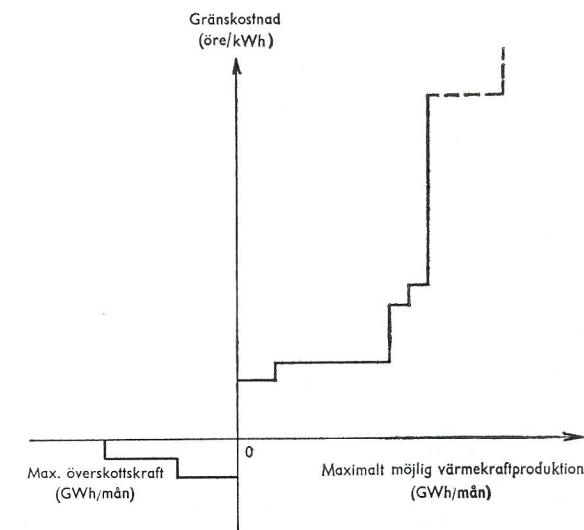


Fig. 66. Exempel på en gränskostnadskurva.

duktion (orsakad av brist på vattenkrafteffekt), till behov av revisioner etc. Värmekraftproduktionen beräknas först under förutsättning av liten vattenkrafttillgång under den ifrågavarande månaden, och vi får på detta sätt den maximalt möjliga värmekraftproduktionen. Denna produktion måste sedan reduceras med hänsyn till långtidsregleringen, som studeras i modellen. 12 sådana gränskostnadskurvor enligt fig. 66 är därefter tillgängliga för beräkningen av vattenvärdeskurvorna (beslutsfunktionerna).

Beräkningen av vattenvärdeskurvorna tillgår på följande sätt. Vi antar till att börja med att vi känner formen på kurvan för den 1 september eller annorlunda uttryckt, vi gissar dess form vid denna tidpunkt (fig. 65). Från denna utgångspunkt skall vi beräkna motsvarande kurva för den 1 augusti, dvs. vi skall för varje givet magasinsinnehåll den 1 augusti och för var och en av de 30 möjliga tillrinningarna (både den reglerbara och den lo-

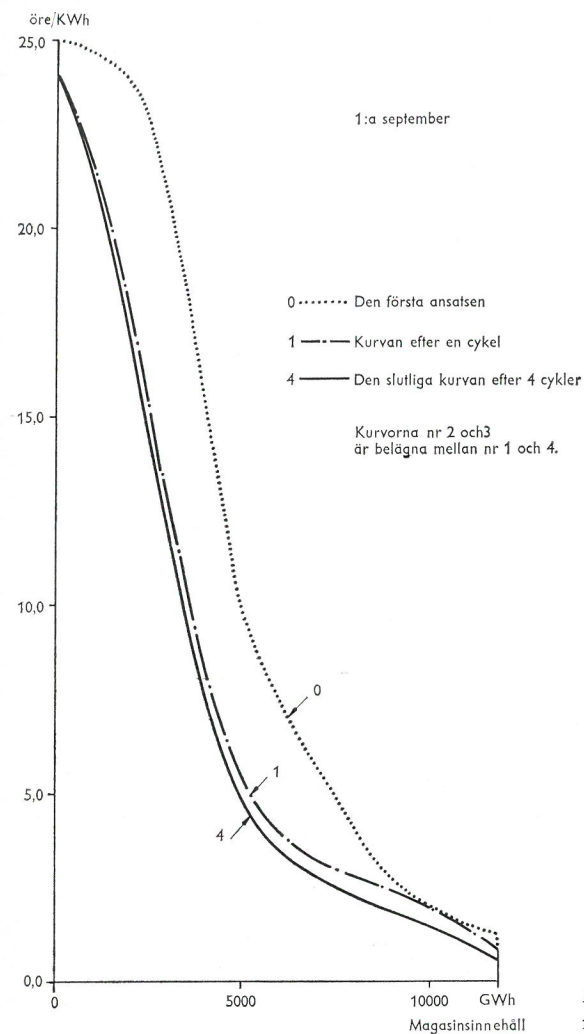


Fig. 67. Numeriskt exempel på beräkningen av en magasinpriskurva

kala) under augusti månad bestämma en optimal värmekraftproduktion med hänsyn till det magasinläge och det vattenvärde vi därigenom erhåller den 1 september. Vederbörlig hänsyn måste härvid tas till gällande restriktioner. Vi producerar all den värmekraft, vars gränskostnad är lägre än det gränsvattenvärde, vi hamnar på den 1 september. Eftersom värdet på en viss lagrad energikvantitet den 1 augusti är detsamma som för den 1 september (bortsett från räntefaktorn), kan vi lätt bestämma optimala gränsvattenvärdet för 1 augusti. I praktiken erhåller vi 30 sådana optimala värden för det betraktade magasininnehållet och aritmetiska medelvärde av dessa värden ger det förväntade gränsvattenvärdet. Detta är en punkt på kurvan för den 1 augusti. En liknande beräkning, som startar från ett an-

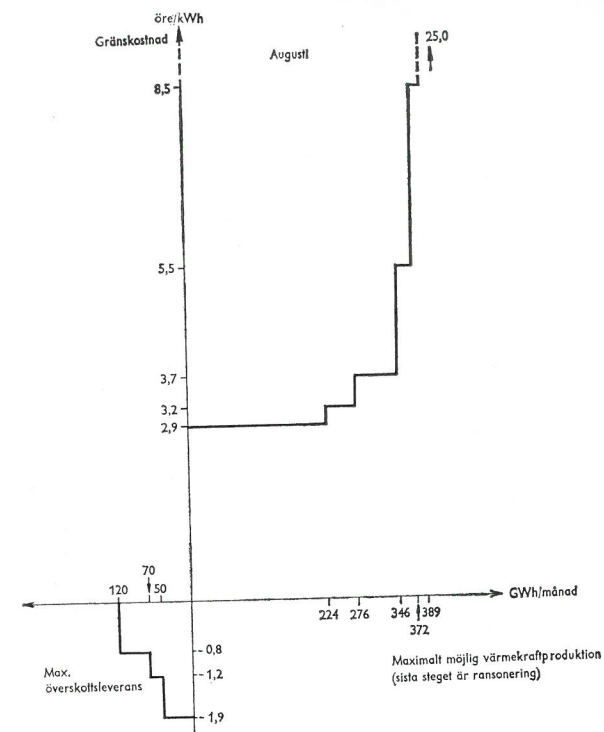


Fig. 68. Numeriskt exempel på en gränskostnadskurva.

nat valt magasininnehåll, varvid samma tillrinningsmaterial används, ger en ytterligare punkt på kurvan, och på detta sätt får vi fram hela beslutsfunktionen för den 1 augusti.

Observera, att vi håller på att minimera *kostnaderna* för värmekraften och inte själva värmekraftproduktionen.

Ofta är kurvan för gränsvattenvärdet obestämd (vid magasinets ändpunkter). Vilket värde, som därvid skall väljas, ges av vad vi måste producera under den aktuella månaden. Som illustration ges en redogörelse för några numeriska exempel, som visar, hur beräkningarna går till, speciellt med hänsyn till några typiska restriktioner.

För några valda magasininnehåll den 1.8 skall vattenvärdet den 1.8 beräknas för några enstaka tillrinningsalternativ (man har 30 st för varje magasininnehåll). Vi använder oss av en magasinpriskurva för den 1.9 (nr 4 i fig. 67) och av en förutberäknad kostnadskurva (fig. 68). Beträffande magasinpriskurvan för den 1.9 kunde vi naturligtvis ha valt en annan av kurvorna (t. ex. ansatsen), men vi kan anta att räkneprocessen har pågått en stund.

Vi antar i vårt exempel att vi har ett utbyggnadsalternativ där maximala magasininnehållet är 11 800 GWh. Prima förbrukningen under augusti är 1 505 GWh och maximala vattenkraftproduktionen 2 300 GWh. Maximalt möjlig värmekraftproduktion (eller sekunda leveranser) under augusti framgår av fig. 68. Endast ett ransoneringssteg har använts. Detta kostar 25 öre/kWh.

Ex. 1.

Antaget magasininnehåll den 1.8	10 000 GWh
Tillrinning till magasinet under aug.	2 500 GWh
Lokal tillrinning till vattenkraftanläggningen	2 000 GWh

Magasinsinnehållet den 1.9 kan beräknas till 11 800 GWh (fullt magasin). En del av tillrinningen till magasinet har måst spillas, och vattenvärdet 1.9 är därför 0 öre/kWh. Detta värde gäller då även för det för den 1.8 antagna magasininnehållet (10 000 GWh).

Ex. 2.

Antaget magasininnehåll den 1.8	10 000 GWh
Tillrinning till magasinet under aug.	500 GWh
Lokal tillrinning	2 000 GWh

Den lokala tillrinningen täcker hela prima förbrukningen och även maximalt möjliga sekunda leveranser (120 GWh). Dessutom får vi ett spill på 375 GWh. Tillrinningen till magasinet (500 GWh) kan däremot helt tas till vara (lagras) i magasinet; magasininnehållet 1.9 blir 10 500 GWh. Vattenvärdet för detta magasin är (enligt fig. 67) 1,25 öre/kWh och detta värde gäller alltså även för magasinet på 10 000 GWh den 1.8.

Ex. 3.

Antaget magasininnehåll den 1.8	10 000 GWh
Tillrinning till magasinet under aug.	0 GWh
Lokal tillrinning	1 000 GWh

Vi söker det optimala vattenvärdet genom att beräkna skärningspunkten mellan de två kurvorna i fig. 67 och fig. 68. En sekunda leverans på 50 GWh à 1,9 öre/kWh visar sig vara optimal, eftersom vi då får ett magasininnehåll den 1.9 på $10\,000 + 0 - (1\,505 + 50 - 1\,000) = 9\,445$ GWh, vilket ger 1,8 öre/kWh. (Ytterligare sekunda leveranser betalas enl. fig. 68 med endast 1,2 öre/kWh, vilket är lägre än vattenvärdet.) Således blir vattenvärdet den 1.8 i detta fall 1,8 öre/kWh.

För det aktuella magasininnehållet 10 000 GWh återstår 27 tillrinningsalternativ, innan vi kan beräkna det förväntade vattenvärdet

$$\frac{1}{30} (0 + 1,25 + 1,8 + \dots).$$

Vi skall inte här beräkna alla dessa alternativ. I stället genomför vi ett par beräkningar för små magasininnehåll.

Ex. 4.

Antaget magasininnehåll den 1.8	1 000 GWh
Tillrinning till magasinet under aug.	2 500 GWh
Lokal tillrinning	2 000 GWh

Egentligen skulle man här producera maximum av värmekraft, eftersom magasininnehållet den 1.9 blir 3 500 GWh (10 öre/kWh). I stället måste man på

grund av den stora lokala tillrinningen leverera maximum av sekunda kraft. Vattenvärdet den 1.8 blir 10 öre/kWh.

Ex. 5.

Antaget magasininnehåll den 1.8	500 GWh
Tillrinning till magasinet under aug.	0 GWh
Lokal tillrinning	500 GWh

Våra totala produktionsresurser är $500 + 500 + 389 = 1\,389$ GWh. Prima förbrukningen är 1 505 GWh. Magasinet töms fullständigt till den 1.9 och vattenvärdet är därför obestämt enl. fig. 67, men eftersom vi måste ransonera under augusti blir vattenvärdet den 1.8 i detta fall 25 öre/kWh. Situationen är ganska osannolik vid denna tidpunkt på året, men från omkring januari till maj uppstår den då och då.

Sedan kurvan är känd för den 1 augusti kan den beräknas för den 1 juli på ett fullt analogt sätt. När vi så småningom har återvänt till den 1 september, kommer vi med stor sannolikhet att finna, att formen på den nya kurvan avviker från vår första ansats. Vi går därför vidare i beräkningarna med en ny cykel, som utgår från den nya septemberkurvan. Efter en eller annan ytterligare cykel noterar vi att kurvformen inte längre avviker från den vi erhöill för motsvarande månad i föregående beräkningscykel. Beräkningen är nu fullständig, eftersom vi har erhållit en uppsättning av 12 beslutsfunktioner, vilka är oberoende av vår första gissning av kurvan för 1 september. De har endast blivit bestämda av kravet, att all sådan värmekraft skall produceras, vars kostnad är lägre än det förväntade vattenvärdet och att det förväntade värdet på en viss kvantitet lagrat vatten både idag och om en månad skall vara detsamma (bortsett från räntan). Beräkningstiden för dessa kurvor är 2—3 min., beroende på magasinstorleken m. m. Av fig. 67 framgår ett numeriskt exempel, som visar hur magasinpriskurvan för den 1 september stabiliserar sig efter ett antal beräkningscykler.

Vi startar nu nästa fas av problemet (simuleringsdelen), dvs. beräkningen av de kronologiskt arrangerade, månadsvisa kraftbalanserna, vilka visar de aktuella variationerna i långtidsmagasinet som funktion av tiden. Vi startar med en viss magasinshöjd den 1 september 1926 och strävar efter att under månaden producera den optimala värmekraft (eller överskottskraft), som ges av vattenvärdet den 1 september 1926. Vid slutet av månaden har vi uppnått en viss produktion till en viss rörlig kostnad och ett visst magasininnehåll, bestämt av denna produktion och av den aktuella tillrinningen under september 1926 m. m. Samma gränskostnadskurva för värmekraften och samma magasinpriskurva användes varje år för samma kalendermånad. Analogt är förhållandet för primaförbrukningen.

Vi behöver inte veta den aktuella tillrinningen under september 1926 för att bestämma den optimala värmekraftproduktionen, men innan månaden är slut, måste vi naturligtvis i förekommande fall korrigera produktionen med hänsyn till den verkliga tillrinningen och restriktionerna. Detta är samma villkor, som den dagliga driften har att arbeta under.

Efter genomräkning av 30-årsserien beräknar vi en serie aritmetiska medelvärden, t. ex. för den rörliga kostnaden för varje steg i stegkurvan för värmekraften.

Tillämpningar

Den här beskrivna modellen har använts sedan våren 1959 för ett stort antal beräkningar. Det har bl. a. gällt beräkningar av utnyttjningstiden för atomkraftanläggningar och för annan värmekraft under torrår och beräkningar av det optimala förhållandet mellan vattenkraft och värmekraft som funktion av ränta, bränslepris och anläggningskostnader för vattenkraft. De ekonomiska konsekvenserna av fel i belastningsprognosen och de möjliga sekundaleveranserna till grannländerna är andra exempel på modellens användbarhet för beräkningar.

Den optimala långtidsregleringen i Stora Lule älv har också beräknats. I detta sammanhang måste man förvissa sig om att vatten, vilket i realiteten går till spill i andra älvar, inte visas upp som magasinering i Lule älv. Summan av tillrinningen till hela systemet måste med andra ord korrigeras, så att den inte blir för stor. Detta sker med hjälp av den speciella produktionsfördelningsmodell, omfattande flera parallella älvar, och vars magasin regleras i enlighet med speciella empiriska, halvanalytiska regler, som omnämnts ovan.

Utbyggnadsstadiet för produktionssystemet har varierats från 15 000 GWh till ca 60 000 GWh årlig produktion.

Diskussion

Den process, som beskrivs i denna uppsats, är ett spel mot naturen. Den har beskrivits som en flerstegs beslutsprocess. Vid varje steg (månad) räknar vi med 30 möjliga »drag» (tillrinningar för motståndaren, värmekraftproduktion för oss). För varje möjligt drag har vi optimerat vårt motdrag. Vi vet inte, vilket drag motståndaren kommer att välja, men genom att ta vår tillrinningsserie från det förgångna och i en kronologisk ordning och antaga den signifikant för framtiden (naturligtvis med undantag för den kronologiska ordningen), är det klart, att varje månadsvärde på tillrinningen (= motståndarens drag) måste anses ha lika sannolikhet, nämligen

gen $1/30$. Av det faktum, att vi har spionerat ut motståndarens strategi följer att von Neumanns »mini-max-princip»¹ är alltför konservativ och pessimistisk. Det bästa vi kan göra är att beräkna den matematiska förväntan (aritmetiska medelvärdet) av de 30 optimala vattenvärdena, dvs. vi väger alla med hänsyn till deras egen sannolikhet $1/30$ och adderar dem enligt sannolikhetskalkylens additionssats (ömsesidigt uteslutande händelser). Detta medelvärde på vattenvärdet anger vilket drag, som är optimalt. Vi tar detta medelvärde till Y-axeln på den aktuella gränskostnadskurvan (fig. 66) och avläser motsvarande värmekraftproduktion (eller överskottsleverans) på X-axeln.

Ett speciellt problem bland många hithörande är, hur pass väl tillrinningsserien från det förflutna passar för framtiden. Det är inte säkert, att en enkel förlängning av serien ger en bättre uppskattning av de kvantiteter vi söker efter. Finns det cykler och trender i exempelvis nederbörden kan uppskattningen t. o. m. försämrans genom denna förlängning. Å andra sidan kan en beräknad gränsvkastning ibland bli osäker, eftersom denna avkastning resulterar från alltför få år i 30-årsserien, men även detta förhållande är naturligtvis en god information. Om man förlänger serien bakåt i tiden, har man också problemet med den avtagande mätnoggrannheten. Hur som helst är säkert problemet med tillrinningsvariabiliteten ett viktigt forskningsobjekt.

En ytterligare kommentar skall ägnas de restriktioner, som har omnämnts ovan. Dessa är verkligen typiska i detta problem. Derivering hjälper endast delvis, när man skall optimera processen, eftersom derivatorerna ofta är oändligt mångtydiga. Här kommer de nya hjälpmedlen till pass: linjär och icke-linjär programmering, dynamisk programmering etc. i kombination med moderna datamaskiner. Sålunda har den matematiska teorin för dynamisk programmering^{2, 3, 4} i detta fall visat sig vara ett värdefullt hjälpmedel för framställning av en realistisk modell av produktionssystemet.

Det allmänna lagerproblemet behandlas teoretiskt i olika arbeten.^{5, 6} En räkneprocedur för vattenlagringsproblemen, helt iterativ, berörs i ett arbete av S Stage och Y Larsson.⁷

På grund av behovet att beräkna många alternativ, speciellt vid optimeringsundersökningar, då vi måste förlita oss på trial-and-error-teknik, har vi

¹ J von Neumann, O Morgenstern: Theory of games and economic behavior. New Jersey 1953.

² R Bellman: Dynamic programming. New Jersey 1957.

³ R Bellman: Dynamic programming, E. F. Beckenbach: Modern mathematics for the engineer s. 243—278. New York 1956.

⁴ JDC Little: The use of storage water in a hydro electric system. Jorsa maj 1955.

⁵ P Masse: Les réserves et la regulation de l'avenir dans la vie économique. Paris 1946.

⁶ A Dvoretzky, J Kiefer, J Welfowitz: The inventory problem. Econometrica, N:o 1 1952.

⁷ S Stage, Y Larsson: Incremental cost of water power. AIEE Conference Paper N:o CP 60—844.

måst begränsa modellens omfattning för att spara räknetid. Ytterligare numerisk analys⁸ kan emellertid göra det möjligt för oss att utvidga modellen och t. ex. introducera ett eller annat ytterligare magasin med tillhörande kraftanläggningar och överföringar utan alltför allvarlig förlängning av räknetiden. Större och snabbare datamaskiner kommer också att medge mera detaljerade modeller.

Modellens matematiska bakgrund

Vid beräkningen av beslutsfunktionerna måste man rekursivt minimera det förväntade värdet på de rörliga kostnaderna. Vid varje beslutstillfälle har endast den närmast följande perioden (månaden) och »resten av framtiden» varit tillgängliga för beräkningar. Den matematiska grunden för denna teknik skall i korthet beskrivas i det följande.

Följande s. k. optimalitetsprincip (formulerad av R Bellman) är fundamental för teorin om dynamisk programmering: »En optimal politik har den egenskapen att hur begynnelsestadiet och begynnelsebeslutet än är, så måste de återstående besluten bilda en optimal politik med hänsyn till det stadium, som var ett resultat av det första beslutet.»

Vi inför följande beteckningar:

i = en index för månaden

x_i = tillrinning till magasinet under månaden i

S_i = magasinssinnehåll vid början av månaden i

d_i = tappning från magasinet exkl. x_i under månaden i

p_i = vattenkraftproduktion under månaden i

c_i = rörlig kostnad för värmekraftproduktion
(eller intäkt från försäljning av överskottskraft)

l_i = den givna prima förbrukningen under månaden i

f_i = marginella frekvensfunktionen för x_i .

I det följande bortser vi från den lokala tillrinningen. Vi antar, att x_i är oberoende av x_j . Vi vet att x_i , S_i och d_i ger oss kännedom om p_i , dvs.

$$x_i, S_i, d_i \rightarrow p_i$$

Vidare att

$$x_i, S_i, d_i \rightarrow S_{i+1}$$

Den nödvändiga värmekraftproduktionen är

$$l_i - p_i$$

Kostnaden för värmekraft under den i :te månaden är sålunda

$$c_i = c_i(x_i, S_i, d_i)$$

⁸ R Bellman, S Dreyfus: Functional approximations and dynamic programming. Math. tables and other aids to computation, oct. 1959.

Aritmetiska medelvärdet av alla rörliga kostnader kan skrivas som

$$E = E \left\{ \sum_{j=i}^n c_j / S_i, d_i, \dots, d_n \right\}.$$

Detta medelvärde kan uppspaltas i två delar:

$$E = E \{ c_i / S_i, d_i, \dots, d_n \} + \\ + E \left\{ \sum_{j=i+1}^n c_j / S_i, d_i, \dots, d_n \right\}.$$

Vi antar här att följden av tappningar d_i, \dots, d_n är godtyckligt vald i enlighet med någon given plan, eller med andra ord att vi redan har godtyckligt valt en viss politik för tappning. Vi antar vidare att magasinssinnehållet S_i är givet. Det första av de ovan angivna medelvärdena kan nu skrivas (tillrinningen och dess frekvensfunktion införes samtidigt):

$$E_1 = \int_{-\infty}^{\infty} c_i(S_i, x_i, d_i) f_i(x_i) dx_i.$$

Det andra medelvärdet kan skrivas sålunda

$$E_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{j=i+1}^n c_j \right) f_i(x_i) \dots f_n(x_n) dx_i \dots dx_n \\ \text{dvs. } \sum_{j=i+1}^n c_j = g(S_{i+1}, x_{i+1}, \dots, x_n, d_{i+1}, \dots, d_n)$$

eller, eftersom politiken för d_i, \dots, d_n antas given

$$\sum_{j=i+1}^n c_j = h(S_i, x_i, d_i).$$

Vi börjar nu integrera med avseende på x_i :

$$E_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=i+1}^n c_j f_{i+1} \dots f_n dx_{i+1} \dots dx_n \right] f_i dx_i.$$

Parentesen ovan är likvärdig med

$$E \left\{ \sum_{j=i+1}^n c_j / S_{i+1}, d_{i+1}, \dots, d_n \right\}$$

Alltså kan vi nu skriva:

$$E \left\{ \sum_{j=i}^n c_j / S_i, d_i, \dots, d_n \right\} =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[c_i + E \left\{ \sum_{j=i+1}^n c_j / S_{i+1}, d_{i+1}, \dots, d_n \right\} \right] \cdot f_i(x_i) dx_i.$$

Rekursionsekvationen blir alltså:

$$E_i(S_i) = \min_{d_i} \int_{-\infty}^{\infty} \left[c_i + E_{i+1}(S_{i+1}) \right] f_i(x_i) dx.$$

I denna ekvation förutsätter vi, att den optimala politiken alltid följes i framtiden. En uppskattning av $E_n(S_n)$ göres nu och beräkningarna drives sedan baklänges i tiden, intervall (månad) för intervall.

3.2.1. Den driftekonomiska utnyttjningen av Sveriges förbindelse med Danmark

Överingenjör A BJÖRGERD, *Sydsvenska Kraft AB*

Historik

Samkörningen mellan Sverige och Danmark har mycket gamla anor. Redan i november 1912 träffades en överenskommelse mellan Nordsjællands Elektricitets og Sporvejs Aktieselskab (NESA) och Sydsvenska Kraft AB (Sydkraft) om utbyggnad av en 25 kV kabelförbindelse mellan Hälsingborg och Helsingör. Projektet ansågs på sin tid för mycket djärvt. Kabeln bekostades av NESA fram till den svenska kusten, där den över transformatorer anslöts till Sydkrafts 50 kV ledningar från vattenkraftstationerna i Lagan. Anläggningen blev färdig för invigning i december 1915 och vi kunde därför vid årsskiftet se tillbaka på en 45-årig samkörning Sverige—Danmark. Anläggningen motiverades av försäljning av överskottskraft från Sydkrafts vattenkraftverk i Lagan. Överföringsförmågan var dock endast c:a 6 MW.

År 1925 blev kabeln svårt skadad av ett ankrande fartyg. Samma år förlade NESA en ny kabel i Öresund, nu för 50 kV. Kabeln kunde tagas i drift 1926. Samtidigt byggdes 50 kV ledningssystem ut på båda sidor Öresund. En andra 50 kV kabel förlades redan 1929 och därmed var överföringseffekten uppe i 40 MW. I förhållande till Sydkrafts egenbelastning, som år 1930 var 80 MW, hade man således en kraftig förbindelse.

Någon ytterligare utbyggnad gjordes icke förrän 1951. Under tiden hade samkörningen inom Sverige helt genomförts och hos Sydkraft hade ett maskat 120 kV system vuxit fram. I Danmark hade man ännu icke haft anledning att gå till högre spänning än 50 kV för det själländska överföringssystemet. Den nya kabel, som år 1951 lades av NESA fram till den svenska kusten, var emellertid utförd för 120 kV och av helt ny konstruktion. Den var tillverkad av Nordisk Kabel- og Traadfabrik och konstruerad som en oljekabel med ett utförande som ej erfordrar särskilda expansionskärl för kabeloljan. På Sydkrafts sida anslöts kabeln till det hopmaskade direktjordade 120 kV nätet.

I Danmark kom denna 120 kV förbindelse att utgöra början till ett direktjordat danskt 120 kV system. Det förtjänar påpekas att de nu existerande 120 kV systemen på båda sidor Öresund drives metalliskt hopkopplade,