

Dimensjonering av konsoller

Av sivilingeniørene
Esben Jonsson og Tore Ivar Svare.

Ved Norges byggforskningsinstitutt (NBI) har vi interessert oss for dimensjonering av konsoller. Som en del av dette arbeidet er det foretatt belastningsforsøk i laboratoriet. I denne artikkelen skisseres en del av de konklusjoner vi er kommet fram til.

Forskjellige dimensjoneringsmetoder

I litteraturhenvisningene har vi referert til en del av de viktigste arbeidene vedrørende konsoller. I Norge blir i dag konsoller hovedsakelig dimensjonert etter /3/ eller /4/. Begge metodene er resultat av utførte forsøk.

Fagverksmodellen er den enkleste metoden og gir en klar forklaring på bruddmekanismen. Metodens svakhet er at den baserer seg på forsøk med konsoller hvor c/a er liten og a er stor, se fig. 1. Det er også bare brukt en forholdsvis lav armeringsprosent. Kun et mindre antall betongkonsoller er prøvd. Rissutviklingen og bruksgrensetilstanden er ikke behandlet.

De empiriske formler til Kriz og Raths er forholdsvis anvendelige i bruk takket være hjelpetabeller. Men metoden gir ingen forklaring på bruddmekanismen. Metodens styrke er at i de forsøk den baserer seg på, har man variert en rekke størrelser og et meget stort antall betongkonsoller er prøvd. Rissutviklingen og bruksgrensetilstanden er ikke behandlet.

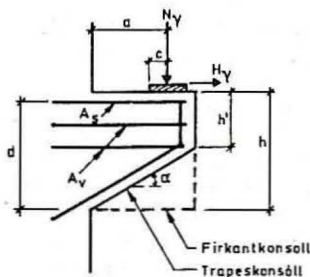
Når man velger dimensjoneringsmetode, er det viktig at man kjenner bakgrunnen for metoden, slik at man kan avgjøre hvilken metode som er mest realistisk. I det etterfølgende blir de grunnleggende forsøk for noen viktige metoder kort omtalt.

Fagverksmodellen (Franz og Niedenhoff)

Bakgrunnen for denne metoden er spenningsoptiske undersøkelser på modeller av plexiglass, se /2/ eller /3/. For å kontrollere dimensjoneringsmetoden ble det utført forsøk med betongkonsoller. 12 konsoller ble prøvd. Forholdet a/h var 0,87–0,50, c/a var 0,19 og a var 400 mm. Betongens terningsfasthet var ca. 25 N/mm² og armeringsprosenten ca. 0,6. Bruddene ble rapportert som flyting i strekkarmeringen og/eller trykk i betongen. Konsoller med $a/d < 0,5$ skal dimensjoneres som om $a/d = 0,5$.

Empiriske formler (Kriz og Raths)

Bakgrunnen for denne metoden er egne forsøk med betongkonsoller i naturlig størrelse samt en rekke prøver utført på forskjellige steder i USA, se /4/. Over 200 konsoller ble prøvd.



Forutsetning:

$$\frac{a}{d} \leq 1,0$$

Fig. 1. Konsoll

Forholdet a/d var 0,62–0,11, c/a var 0,15–0,91 og a var 69–312 mm. Betongens fasthetsklasser var C15–C50 og armeringsprosenten 0,2–1,9. Bruddene ble rapportert som enten skjær, bøyestrek, bøyetrykk, skråstrek, knusing under oppleggsplaten eller avskalling av tuppen av konsollen.

Statisk ubestemt fagverk (Mehmel og Becker)

Bakgrunnen for denne metoden er forsøk med modeller av Araldit, se /5/. For å kontrollere dimensjoneringsmetoden ble det senere utført forsøk med betongkonsoller, se /6/. 12 konsoller ble også her prøvd. Forholdet a/d var 0,82, c/a var 0,20 og a var 500 mm. Betongens terningsfasthet mellom 15 og 20 N/mm² og armeringsprosenten var 0,55. Bruddet ble rapportert som flyting i armeringen og/eller trykk i betongen.

Rissutviklingen ble systematisk undersøkt, og det viste seg at forholdet mellom lasten ved brudd og lasten ved en rissvidde på 0,15 mm var ca. 2,5.



Norges
byggforsknings
institutt

1976

særtrykk 249

Forsøk utført ved NBI

Alle gitte dimensjoneringsmodeller gir i visse tilfeller resultater som varierer sterkt. Kapasitetsforskjeller på opp til 100 % er ikke uvanlig. Vi mente derfor at det var ønskelig å utføre en del prøvebelastninger ved NBI. Hensikten var ikke å bevise en allerede postulert teori, men å undersøke nærmere de områder hvor forskjellene var størst.

For de fleste konsoller som lages i Norge er forholdet c/a (se fig. 1) $\geq 0,5$ og a/d mellom 0,3 og 0,5.

Franz og Niedenhoff sier at hovedarmeringen bør bøyes horisontalt om en diameter på min. 10 ganger stangdiameteren. Etter NS 3473 kan bøyer av KS40S bøyes om 3Ø. Konstruktivt er det også ønskelig å bøye hovedarmeringen om en liten diameter, og 3Ø blir brukt, selv om det ikke er tillatt etter NS 3473.

I alle våre forsøk har vi benyttet konsoller som er lik de typer som benyttes i Norge. På denne måten prøvde vi til en viss grad å eliminere en del av usikkerhetene ved å ha et relativt lite antall prøver.

I alt ble 16 konsoller prøvd. Forholdet a/d var 0,78–0,37, c/a var 0,40, a var 125 mm og b lik 350 mm. Betongens terningsstyrke varierte mellom 15 N/mm² og 50 N/mm². Armeringsprosenten varierte fra 0,43 til 1,17, og KS40S ble benyttet.

De empiriske formler til Kriz og Raths ga bruddlast som kom nærmest prøveresultatet. Forholdet mellom prøvd og beregnet bruddlast for denne metoden var 1,3–1,4 for $a/d = 0,78$, 1,1–1,4 for $a/d = 0,57$ og 1,05–1,2 for $a/d = 0,37$. De beregnede bruddlast etter de empiriske formler var 0–20 % større enn etter fagverksmodellen for $a/d = 0,78–0,57$. For $a/d = 0,37$ var forskjellen 40–100 %!

Forholdet mellom brudd- og risslast var 3,0–5,0 for maks. rissvidde 0,05 mm, 2,5–4,3 for maks. rissvidde 0,1 mm, 2,0–2,9 for maks. rissvidde 0,2 mm og 1,6–2,5 for maks. rissvidde 0,3 mm. En etterberegning med kontrollert d ga med fagverksmodellen en stålspenning i hovedarmeringen lik ca. 150

N/mm^2 for maks. rissvidde 0,05 mm, ca. 200 N/mm^2 for maks. rissvidde 0,1 mm, ca. 250 N/mm^2 for maks. rissvidde 0,2 mm og ca. 300 N/mm^2 for maks. rissvidde 0,3 mm.

Forholdet mellom prøvd bruddlast og produktet bdf_c (f_c = dimensjonerende betongtrykkfasthet beregnet etter prøvetering) var ca. 0,36 for $a/d = 0,78$, 0,26–0,37 for $a/d = 0,57$ og 0,25–0,39 for $a/d = 0,37$.

Tre konsoller ble armert med hovedarmering som var bøyd horisontalt om diameter 3 ϕ . Disse konsoller hadde like stor bruddlast som de som hadde armering bøyd om 10 ϕ .

Hovedarmeringen ble en gang sveiset til en tverrstang med en dårlig utførelse. Man kunne ikke registrere at denne konsollen hadde mindre bruddlast p.g.a. dårlige sveiseforbindelser.

Rissene utviklet seg i begynnelsen som typiske bøyeriss og gikk langt ned i konsollen, se fig 2. Det var ingen prinsipiell forskjell for de forskjellige a/d -forhold. I dette stadium så det ut som man hadde en fagverksmodell med strekk i hovedarmeringen og trykk nederst i konsollen.

Like før brudd oppsto det skråstrekk mellom oppleggsplaten og bunnen av konsollen. Ved brudd fikk man typisk avskjæring, se fig. 3. Bare en konsoll fikk brudd som kan være forårsaket av trykk.

Anbefalt dimensjoneringsmetode

I det etterfølgende skisseres en dimensjoneringsmetode som vi tror har mye for seg. Utgangspunktet for våre konklusjoner er de foran nevnte forsøk i Tyskland, England, USA og ved NBI.

I motsetning til de gitte modeller foreslår vi en separat dimensjonering i bruksgrense- og bruddgrensetilstanden. Det viser seg ved prøvebelastning at det ved et bestemt stadium skjer en omklaring av spenningene i konsollen. Ved uoppsprukket konsoll, og en tid etter at de første sprekker har oppstått er det mest sannsynlig at spenningsfordelingen er den som fremkommer ved å benytte fagverksmodellen. Men ved brudd viser det seg at fagverksmodellen i mange tilfeller stemmer dårlig med prøveresultatene. I bruddgrensetilstanden har vi derfor foreslått benyttet en amerikansk metode som gir god overensstemmelse mellom prøver og beregnede resultater.

Noe av grunnen til forskjellen mellom fagverksmodellen og den empiriske modellen tror vi skyldes at Franz og Niendenhoff har benyttet et lite c/a -forhold. c/a -forholdet ser ut til å ha innvirkning på bruddbildet.

Som konklusjon kan det sies:

NBI anbefaler at konsoller med $a/d \leq 1$ og $c/a \geq 0,3$ dimensjoneres i bruddgrensetilstanden etter metoden til Kriz og Raths. For konsoller med $0,5 \leq a/d \leq 1$, $c/a \leq 0,3$ og liten horisontalkraft kan med fordel metoden til Franz og Niedenhoff brukes.

NBI anbefaler at konsoller vurderes i bruksgrensetilstanden. Hvis rissene skal begrenses, antas det at man kan bruke fagverksmodellen. Rissvidde 0,05 mm er knapt synlig ved meget liten avstand. Rissvidde 0,1 mm kan ses kun ved liten avstand.

Dimensjonering

I det etterfølgende gir vi kort en gjennomgåelse av den ovenfor anbefalte dimensjoneringsmetode.

Forutsetninger

Beregningsmetoden gjelder for trapseformede og rektangulære konsoller hvor forholdet mellom skjærspenn og effektiv høyde (se fig. 1), a/d , er mindre eller lik 1,0.

Man må alltid tilstrebe en så jevn spenningsfordeling som mulig over hele oppleggsflaten. Dersom konsollasten har en sideveis eksentrisitet i forhold til konsollens senterlinje, må det tas hensyn til dette ved å benytte en "effektiv" konsollbredde som er mindre enn den virkelige.

Det skal bestandig regnes med at konsollen utsettes for horisontale krefter dersom det ikke er foretatt spesielle foranstaltninger for å eliminere disse.

Dimensjonerende horisontalkraft kan bestemmes på to måter:

Tegnforklaring

A_0	Effektivt oppleggsareal, mm^2
A_s	Tverrsnittsareal av strekkarmering, mm^2
A_v	Tverrsnittsareal av bøylearmering, mm^2
FK	Friksjonskoeffisient
H_γ	Dimensjonerende horisontallast, kN
N_γ	Dimensjonerende vertikallast, kN
a	Skjærspenn, avstand fra N_γ til søyleliv, mm
b	Konsollens bredde, mm
c	Oppleggsplattens lengde fra N_γ mot søyleliv, mm
d	Avstand fra strekkarmeringens tyngdepunkt til konsollens underkant ved søyleliv, mm
f_c	Dimensjonerende betongtrykkfasthet etter NS3473, N/mm^2
h	Konsollens høyde ved søyleliv, mm
h'	Konsolltuppens høyde, mm
p	Armeringsprosent
τ	Skjærspenning, N/mm^2
ϕ	Diameter av armeringsstang

a. I de tilfeller glidning tillates og konstruksjonens stivhet er relativt stor, kan kreftene beregnes på grunnlag av friksjon. Følgende friksjonskoeffisienter (FK) foreslås brukt:

Materialer	FK
Syntetisk gummi/betong	0,3
Stål/stål	0,4
Stål/betong	0,6
Porøse trefiberplater/betong	0,7
Betong/betong	0,7

b. Ved fastholdte konstruksjoner bestemmes horisontalkreftene ut fra de aktuelle lengdeendringer som skyldes svinn, krypning, temperaturvariasjoner etc. Betongens alder må tas med i betraktningen. Etter at lengdeendringene er bestemt, påtvinges konstruksjonsmodellen disse utbøyningene, og kreftene bestemmes på vanlige måte.

Etter at den dimensjonerende lasten er bestemt ifølge NS 3052 multipliseres denne med 1,2. Dette for å sikre at knutepunktet ikke er konstruksjonens svakeste ledd.

Kamstål med en flytegrense høyere enn 400 N/mm^2 kan ikke antas utnyttet fullt ut. Stål med lavere flytegrense kan benyttes.

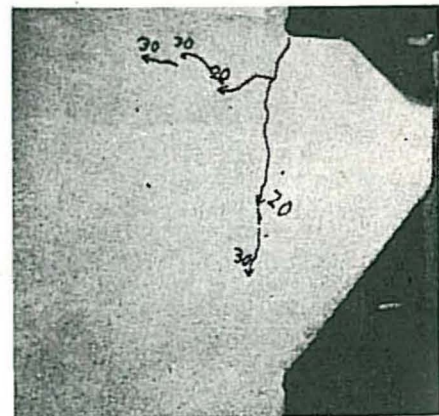


Fig. 2. Konsoll 4C-2.
 $a/d = 0,37$, $p = 0,81\%$,
 $N = 300$ kN,
rissvidde = 0,2 mm.

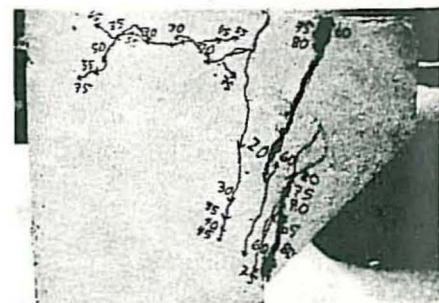


Fig. 3. Konsoll 4C-2.
Bruddlast = 850 kN

Bruddgrensetilstanden

Den formel vi foreslår brukt, er en kapasitetsformel. Det betyr at dersom dimensjonene er kjent, kan kapasiteten bestemmes.

Dybden av konsoll-setet bestemmes ved å studere samspillet mellom produksjons- og montasjetoleranser, ønsket klaring mellom bjelke og søyle og belastningsflatens størrelse. Tillatt oppleggslast settes til:

$$N_{\gamma} = f_c A_0$$

A_0 = Effektivt oppleggsareal
 N_{γ} = Dimensjonerende vertikallast i bruddstadiet

Etter at belastningsflatens størrelse er valgt kan vi beregne skjærspennet, a , (se fig. 1). Forholdet mellom skjærspenn og effektiv dybde, d , ligger i de fleste tilfeller mellom 0,3 og 0,5. Dette kan benyttes for å komme frem til en verdi for d .

Den effektive dybde kan tilnærmet beregnes til:

$$d = \frac{N_{\gamma}}{k b \sqrt{f_c}}$$

b = Konsollens bredde
 H_{γ} = Dimensjonerende horisontallast i bruddstadiet
 k = Koeffisient. Følgende verdier kan brukes:

H_{γ}/N_{γ}	0	0,3	0,7
k	0,9	0,7	0,5

For å hindre sekundærbrudd (avskalning av ytre delen av konsollen) må forholdet mellom konsollhøyden i forkant oppleggsplate og ved konsollroten være $h'/h \geq 0,5$.

Etter at størrelsene a og d er fastlagt, bestemmes armeringen ved å benytte fig. 8. En går inn i figuren ved den gjennomsnittlige skjærspenning ved roten av konsollen ($\tau = N_{\gamma}/bd$), fortsetter horisontalt til den valgte betongkvalitet, vertikalt til det beregnede a/d , horisontalt til det virkelige H_{γ}/N_{γ} , og vertikalt ned på skalaen for armeringsprosenten, p .

$$p = \frac{A_s + A_v}{bd} \leq 0,02 \quad \text{Når} \quad \frac{H_{\gamma}}{N_{\gamma}} = 0$$

$$p = \frac{A_s}{bd} \leq 0,013 \quad \text{Når} \quad \frac{H_{\gamma}}{N_{\gamma}} \neq 0$$

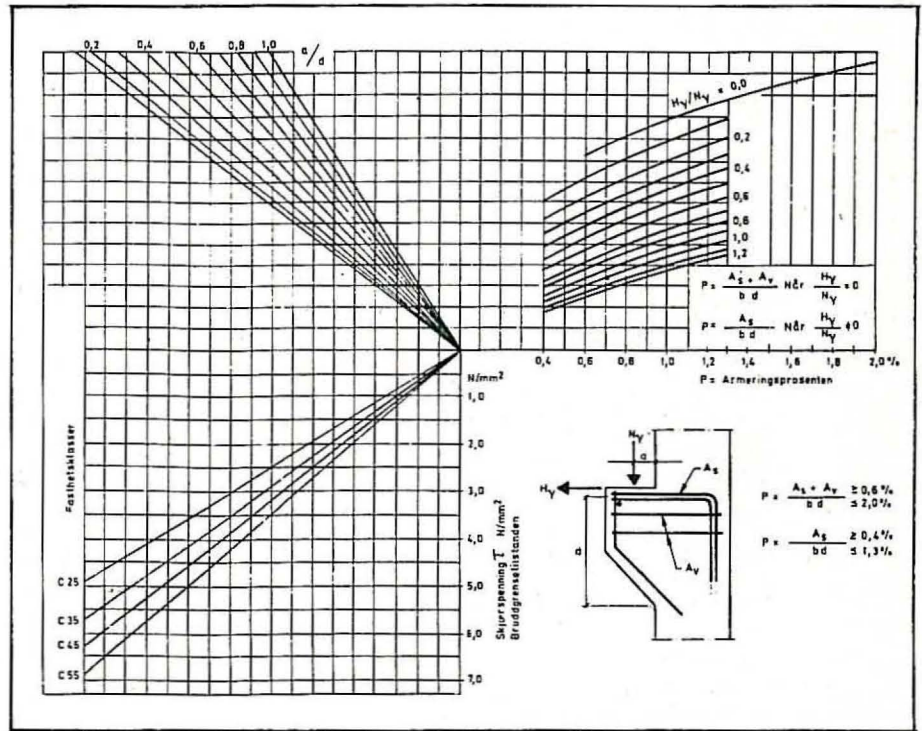
$$A_v \geq 0,5 A_s$$

A_s = Tverrsnittsareal av strekkarmering (hovedarmeringen)

A_v = Tverrsnittsareal av bøylearmering

For å hindre en for rask økning av sprekkbredden etter at første sprekk oppstår, må det benyttes en minimum armeringsprosent på 0,4 (for hovedarmeringen).

Fig. 4. Dimensjoneringsdiagram for konsoller i bruddgrensetilstanden



Tabell 1. Verdier for $F_1 = 6,5 (1 - 0,5^{d/a})$

a/d	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50	6.50
0.1	6.49	6.49	6.48	6.47	6.45	6.44	6.41	6.39	6.36	6.33
0.2	6.30	6.26	6.22	6.18	6.14	6.09	6.05	6.00	5.95	5.90
0.3	5.85	5.80	5.75	5.70	5.65	5.60	5.55	5.50	5.45	5.40
0.4	5.35	5.30	5.25	5.20	5.15	5.10	5.06	5.01	4.97	4.92
0.5	4.87	4.83	4.79	4.74	4.70	4.66	4.61	4.57	4.53	4.49
0.6	4.45	4.41	4.37	4.34	4.30	4.26	4.22	4.19	4.15	4.12
0.7	4.08	4.05	4.02	3.98	3.95	3.92	3.90	3.86	3.83	3.80
0.8	3.77	3.74	3.71	3.68	3.65	3.62	3.60	3.57	3.54	3.52
0.9	3.49	3.46	3.44	3.42	3.39	3.37	3.34	3.32	3.30	3.27

Tabell 2. Verdier for $F_2 = (1000p)^{1/3}$

p	F_1	p	F_2	p	F_1
0.0040	1.59	0.0095	2.12	0.0150	2.47
0.0045	1.65	0.0100	2.15	0.0155	2.49
0.0050	1.71	0.0105	2.19	0.0160	2.52
0.0055	1.76	0.0110	2.22	0.0165	2.54
0.0060	1.82	0.0115	2.26	0.0170	2.57
0.0065	1.87	0.0120	2.29	0.0175	2.60
0.0070	1.91	0.0125	2.32	0.0180	2.62
0.0075	1.96	0.0130	2.35	0.0185	2.64
0.0080	2.00	0.0135	2.38	0.0190	2.67
0.0085	2.04	0.0140	2.41	0.0195	2.69
0.0090	2.08	0.0145	2.44	0.0200	2.71

Tabell 3. Verdier for $F_3 = \frac{(1000p) \left(\frac{1}{3} + 0,4 H_\gamma/N_\gamma\right)}{(10)^{0,8 H_\gamma/N_\gamma}}$

p	H_γ/N_γ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0.0040		1.40	1.23	1.08	0.95	0.83	0.73	0.64	0.57	0.50	0.44	0.38	0.34
0.0045		1.46	1.29	1.14	1.00	0.89	0.78	0.69	0.61	0.54	0.48	0.42	0.37
0.0050		1.52	1.34	1.19	1.06	0.94	0.83	0.74	0.66	0.58	0.52	0.46	0.40
0.0055		1.57	1.40	1.25	1.11	0.99	0.88	0.78	0.70	0.62	0.55	0.49	0.44
0.0060		1.62	1.45	1.30	1.16	1.04	0.92	0.83	0.74	0.66	0.59	0.53	0.47
0.0065		1.67	1.50	1.34	1.20	1.08	0.97	0.87	0.78	0.70	0.62	0.56	0.50
0.0070		1.72	1.55	1.39	1.25	1.12	1.01	0.91	0.82	0.73	0.66	0.59	0.53
0.0075		1.76	1.59	1.43	1.29	1.16	1.05	0.95	0.85	0.77	0.69	0.63	0.56
0.0080		1.81	1.63	1.48	1.34	1.21	1.09	0.99	0.89	0.80	0.73	0.66	0.59
0.0085		1.85	1.68	1.52	1.38	1.25	1.13	1.02	0.93	0.84	0.76	0.69	0.62
0.0090		1.89	1.72	1.56	1.41	1.28	1.17	1.06	0.96	0.87	0.79	0.72	0.65
0.0095		1.93	1.75	1.60	1.45	1.32	1.20	1.10	1.00	0.91	0.83	0.75	0.68
0.0100		1.96	1.79	1.63	1.49	1.36	1.24	1.13	1.03	0.94	0.86	0.78	0.71
0.0105		2.00	1.83	1.67	1.53	1.40	1.27	1.16	1.06	0.97	0.89	0.81	0.74
0.0110		2.04	1.86	1.71	1.56	1.43	1.31	1.20	1.10	1.00	0.92	0.84	0.77
0.0115		2.07	1.90	1.74	1.60	1.46	1.34	1.23	1.13	1.04	0.96	0.87	0.80
0.0120		2.10	1.93	1.78	1.63	1.50	1.38	1.26	1.16	1.07	0.98	0.90	0.83
0.0125		2.14	1.96	1.81	1.66	1.53	1.41	1.30	1.19	1.10	1.01	0.93	0.86
0.0130		2.17	2.00	1.84	1.70	1.56	1.44	1.33	1.22	1.13	1.04	0.96	0.88

Bøylearmeringen (A_v) fordeles i den øverste 2/3 av den effektive dybde (d).

Etter at dette er gjort, kontrolleres kapasiteten ved hjelp av en av de under gitte ligninger. Dersom den beregnede kapasitet avviker vesentlig fra den virkelige, forandres d , A_s og A_v og kapasiteten bestemmes igjen. Slik fortsetter en til en oppnår at beregnet kapasitet og belastning er tilnærmet like store. I de fleste tilfeller vil det ikke være nødvendig med noe annet enn en kontroll.

$$N_d = \frac{1}{12} b d \sqrt{f_c} F_1 \cdot F_2 \quad \text{Når } \frac{H_\gamma}{N_\gamma} = 0 \quad (\text{lign. 1})$$

$$N_d = \frac{1}{12} b d \sqrt{f_c} F_1 \cdot F_3 \quad \text{Når } \frac{H_\gamma}{N_\gamma} \neq 0 \quad (\text{lign. 2})$$

F_1 , F_2 og F_3 er dimensjonsløse faktorer. Disse er gitt i tabellene 1, 2 og 3. Verdier for f_c , settes inn i N/mm^2 .

Bruksgrensetilstanden

I de tilfeller der det er nødvendig å begrense oppsprekningen i bruksgrensetilstanden bør armeringsspenningen, beregnet etter fagverksmodellen, begrenses oppad til visse verdier.

Spenningen settes lik:

$$\sigma_s = \frac{1}{A_s} \left(\frac{N_\gamma \cdot a}{0,85 d} + H_\gamma \right) \quad (\text{lign. 3})$$

Når $\sigma_s = 150 N/mm^2$, antas det at betongen praktisk er rissefri.
Når $\sigma_s = 200 N/mm^2$, antas det at maks. rissvidde er 0,1–0,15 mm.
Se forsøk utført ved NBI og /8/.

LITTERATUR

- (1) Rausch, E.: Drilling, Schub und Scheren im Stahlbetonbau. Deutscher Ingenieur-Verlag, GmbH. 1953.
- (2) Niedenhoff, H.: Untersuchungen über das Tragverhalten von Konsolen und kurzen Kragarmen: Dissertation. Technische Hochschule, Karlsruhe 1961.
- (3) Franz, G. und Niedenhoff, H.: Die Bewehrung von Konsolen und gedruckten Balken. Beton- und Stahlbetonbau, 1963, Heft 5.
- (4) Kriz, L. B. and Raths, C. H.: Connections in precast structures – strength of corbels. Prestressed Concrete Institute. Journal, vol. 10, nr. 1, 1965, s. 16–61.
- (5) Mehmél, A. und Becker, G.: Zur Schubbemessung des kurzen Kragarms. Bauingenieur 1965, Heft 6.
- (6) Mehmél, A. und Freitag, W.: Tragfähigkeitsversuche an Stahlbetonkonsolen. Bauingenieur 1967, Heft 10.
- (7) Svare, T. I.: Skjær – friksjonshypotesen. Betongprodukter nr. 3 – 1975.
- (8) Jonsson, E. og Svare, T. I.: Prøvebelastning av konsoller i betong. Intern arbeidsrapport. Norges byggeforskningsinstitutt, 1976.