

# OM RELAKSASJONSMETODEN OG EN ANVENDELSE AV DENNE FOR BEREGNING AV KULDEBROER

*Av Rolf Schjødt*



OSLO 1958

Særtrykk av „Teknisk Ukeblad” 1958, nr. 22



# Relaksasjonsmetoden med en anvendelse av denne for beregning av kuldebroer

Dr. techn. R. Schjødt, M. N. I. F.  
Norges byggforskningsinstitutt

DK 517.9 : 697.133

Forfatteren behandler grunnlaget for relaksasjonsmetoden, overgangen til differanseligninger og disses oppbygging.

Behandlingen av overflatebetingelsen blir viet særlig oppmerksomhet. Deretter blir den spesielle teknikk som gjør metoden effektiv, behandlet: grupperelaksasjon, overkompensasjon og overgang til finere nett.

Som eksempel blir en kuldebro beregnet, det blir vist hvordan metoden kan brukes til å skaffe seg en grov oversikt over problemet, hvordan man deretter kan forbedre resultatet, og kan få med forhold som det er vanskelig eller umulig å ta hensyn til ved andre regnemetoder.

Ved de fleste konstruksjonsoppgaver i teknikken får vi føle våre beregningsmetoders ufullkommenhet. Så snart de vanlige enkle tilnærmelser ikke strekker til, støter vi på differensialligninger, som gjerne er vanskelige eller umulige å løse. For å få problemet i en overkommelig form, må vi så gjøre forutsetninger som ofte fortegner bildet betydelig. Men det beregningsresultat vi til slutt får, er nøyaktig innenfor forutsetningene.

Ikke bare disse forutsetningene fortegner bildet. Nøyaktigheten gir oss også en helt feilaktig idé om forholdene; i virkeligheten er jo både materialkonstantene, dimensjonene og påkjenningene bare kjent innenfor visse, som regel temmelig vide, grenser. Denne teoretisk nøyaktige beregning kan nok ofte være et morsomt puslespill, men det ingeniøren har bruk for, er en løsning som er „riktig”, men ikke nøyaktig. „Riktig” vil her si at man vet hvor meget den største praktiske avvikelse fra resultatet kan beløpe seg til, og at denne ikke er så stor at det har „noen vesentlig betydning”.

Relaksasjonsmetoden, som først ble innført av Southwell, [1], [2], gir oss en beregningsmetode som har nettopp disse egenskaper. Vi kan ved hjelp av den finne løsninger for nesten alle mulige tverrsnittformer og grensebetingelser. Disse løsninger er bare tilnærmede, men vi får en oversikt over feilens størrelse, og vi kan bringe feilen ned under en rimelig grense.

Til gjengjeld får vi løsningene som et sett med tall, ikke som formler. Det vil si at hver løsning bare gjelder for akkurat det tilfelle den er regnet ut for. Ved enhver dimensjonsforandring (bortsett fra rene målestokkforandringer), må hele regningen utføres på nytt.

Metoden bygger på å erstatte differensialligningene med differanseligninger, og løse disse siste ved hjelp av suksessive approksimasjoner. Så langt er der ikke noe nytt [3], [4], [8], det nye er i den spesielle teknikk som brukes for å lette regningen.

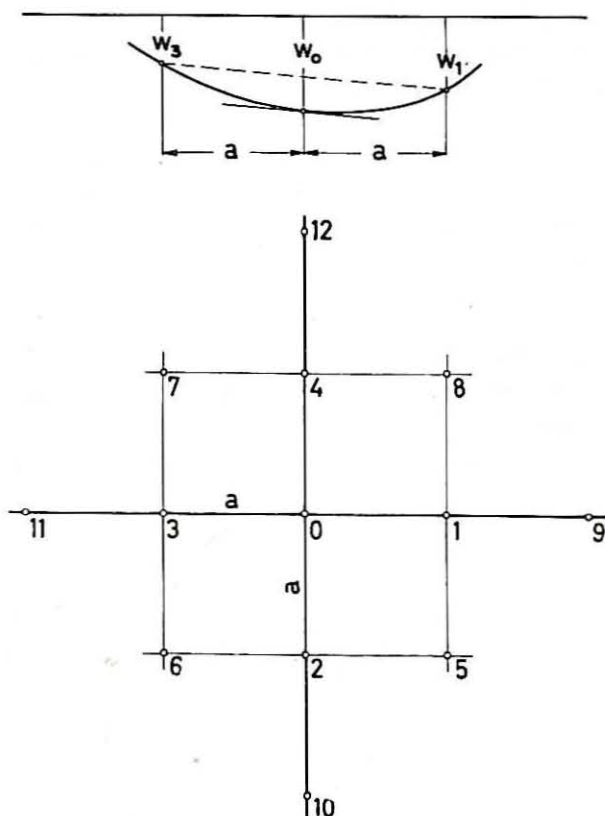


Fig. 1. Kvadratisk rutenett.

Før vi går løs på dette, kan det være nyttig å skrive opp de alminneligste differanseuttrykk for to variable. Vi lager et kvadratisk rutenett (fig. 1) og finner:

$$2a \cdot \frac{dw}{dx} \sim w_1 - w_3 \quad (1)$$

$$a^2 \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \sim w_1 + w_3 - 2w_0 \quad (2)$$

$$a^2 \nabla^2 w = a^2 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \sim w_1 + w_2 + w_3 + w_4 - 4w_0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} a^4 \nabla^2 \nabla^2 w &\sim -8 (w_1 + w_2 + w_3 + w_4) \\ &+ 2 (w_5 + w_6 + w_7 + w_8) \\ &+ (w_9 + w_{10} + w_{11} + w_{12}) + 20 w_0 \end{aligned} \quad (4)$$

Kurvener og flater „ $w$ ” er altså blitt erstattet av brukkede linjer resp. plan som skjærer hverandre i rutenettets sider.

Vårt problem vil bestå i å søke løsningen av f. eks. en ligning som

$$\nabla^2 w = 0 \quad (5)$$

for et stasjonært varmeledningsproblem,  $\Delta^2 w = \text{konst.}$  for en membran og for torsjonsproblemer eller

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \text{konst.} \quad (6)$$

for å bestemme påkjenningene i en plate eller skive. Mange andre problemer ligger også vel til rette, f. eks. beregningen av vannets strømning i en jorddam.

Vi antar nå et sett verdier for tverrsnittet (eller området), idet vi bruker skjønn og erfaring for å få så gode resultater som mulig og derved minske arbeidet. Så regner vi ut feilen i våre antagelser for hvert enkelt punkt. For varmeledningen f. eks. regner vi altså ut følgende uttrykk istedenfor ligning 5:

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 - 4 w_0 = f$$

Vi retter nå på de antatte verdier inntil vi i hvert punkt får  $f$  mindre enn den feil vi kan tolerere.

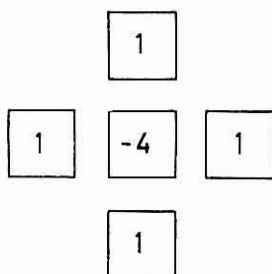


Fig. 2. Feilforplantning for ligning (5).

Herunder bruker vi et skjema som fig. 2 for å bestemme feilforplantningen. Det viser at hvis vi forandrer den antatte verdi i et punkt med en enhet, vil feilen i punktet forandre seg med  $-4$  enheter, og feilen i de fire punkter omkring vil forandre seg med  $+1$  enhet i hvert punkt.

For en plate vil vi få skjemaet i fig. 3, som er adskillig mer komplisert, men som ennå kan brukes med fordel.

Vi skal nå undersøke hvordan randbetingelsene behandles. Som alltid ved denne slags problemer, er dette av avgjørende betydning. Fox [5] har behandlet denne side av saken og viser fremgangs-

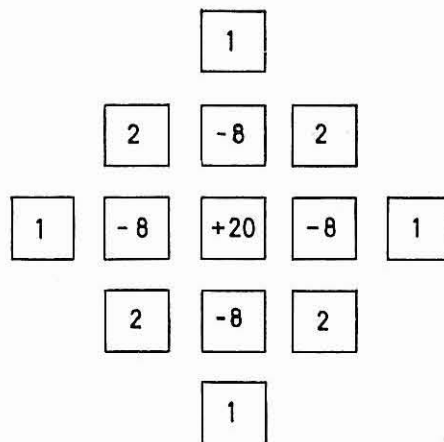


Fig. 3. Feilforplantning for ligning (6).

måten når gradienten er gitt i randbetingelsene, som det ofte vil være tilfelle i fasthetslæren. Også overgangen fra et materiale til et annet må vi undersøke, dette later til å ha vært lite behandlet hittil.

For å få randpunkter og andre irregulære punkter riktig, er det viktig å være klar over at man nå må gå tilbake til (varme-)likevekten hos de elementer av endelig størrelse som betraktes. Bare å skrive f. eks. (5) som differanseligning gir ikke riktig resultat, men det gjøres dog ofte.

Vi skal bruke ligning (5) til illustrasjon av fremgangsmåten; „ $w$ ” refererer seg heretter til temperaturen. For alle irregulære punkter må vi istedenfor (5) skrive:

$$\sum_1^4 \frac{w_n - w_0}{a} \cdot \lambda \cdot F_n = 0 \quad (5a)$$

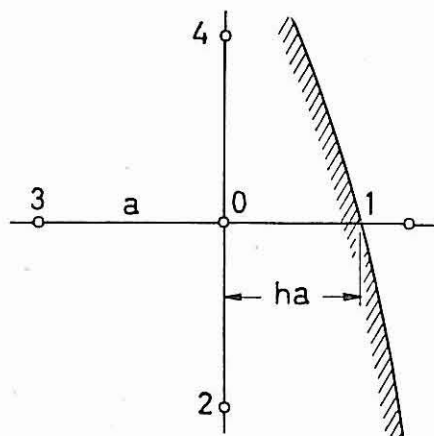


Fig. 4. Til bestemmelse av randbetingelsene.

Når randen faller nær et punkt, som i fig. 4, gir (5a), med f. eks.

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{a+ha}{2} : \\ \frac{w_1}{h} + (w_2+w_4) \frac{a+ha}{2a} \\ + w_3 - (1/h + 1 + h + 1) \cdot w_0 &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

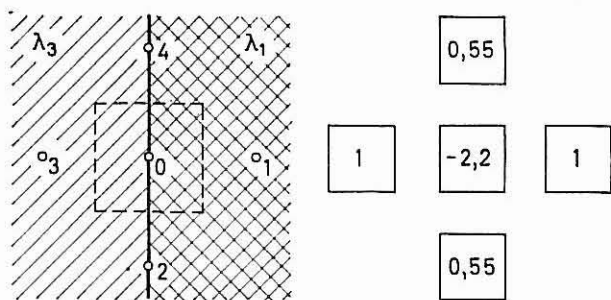


Fig. 5. Kontakt mellom to materialer, 180°.

Tenker vi oss at bare varmeledningstallet  $\lambda$  er forskjellig i de forskjellige retninger inn til punkt 0, får vi:

$$\lambda_1 w_1 + \lambda_2 w_2 + \lambda_3 w_3 + \lambda_4 w_4 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) \cdot w_0 = 0$$

La oss si at  $\lambda_3 = 1/10 \lambda_1$ , fig. 5.

Da får vi:

$$w_1 + \frac{\lambda_1 + \lambda_3}{2 \lambda_1} w_2 + \frac{\lambda_3}{\lambda_1} w_3 + \frac{\lambda_1 + \lambda_3}{2 \lambda_1} w_4 - (2 + \frac{2 \lambda_3}{\lambda_1}) w_0 = 0$$

$$w_1 + \frac{1+0,1}{2} w_2 + \frac{1}{10} w_3 + \frac{1+0,1}{2} w_4 - 2,2 w_0 = 0$$

Legg merke til verdien 1 til venstre i skjema fig. 5, mot 0,1 i ligningen. En forandring 1 i punkt 0 forandrer feilen med 1 i punkt 3, mellom 0 og 3 er ingen materialforandring. Ved sprang i materialet er differanseligningen og feilforplantningsskjemaet forskjellige, mens de ellers har samme oppbygning.

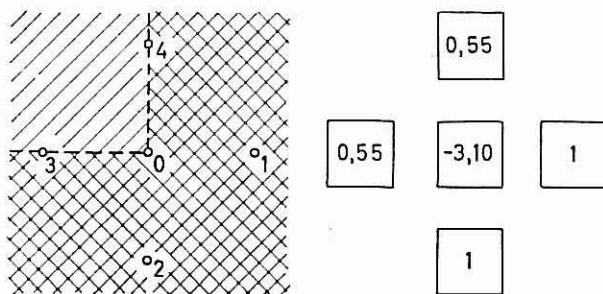


Fig. 6. Kontakt mellom to materialer, 90°.

For at resultatet ikke skal bli galt, må man selvfølgelig legge et rutepunkt eller en rutelinje overalt hvor er det sprang i betingelsene. Er overgangen som vist på fig. 6, fås ( $\lambda_{3-4} = \frac{1}{10} \lambda_{1-2}$ ):

$$w_1 + w_2 + 0,55 (w_3 + w_4) - 3,10 w_0 = 0$$

Mellom materialet og luften regnes med et overgangstall =  $\frac{1}{a}$ . Vi kan erstatte dette med den ekvivalente materialmengde, etter ligningen

$$\frac{1}{a} = \frac{x}{\lambda} \quad x = \frac{\lambda}{a}$$

Med normal ruteavstand =  $a$  får vi altså, se fig. 4, med  $\lambda_{luft} = 0$ .

$$w_1 \frac{aa}{\lambda} + \frac{w_2 + w_4}{2} + w_3 - (2 + \frac{aa}{\lambda}) w_0 = 0 \quad (8)$$

Vi har forutsatt at ingen varmetransport foregår i luften parallelt overflaten. Feilen ved dette er neppe stor, men skulle vi ønske det, kan denne varmetransport også tas med.

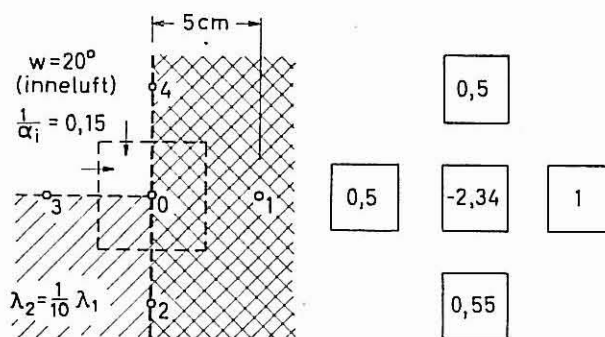


Fig. 7. «3-materialhjørne».

Det er lett å skrive opp tilsvarende ligninger for hjørner eller annet forløp av overflaten. Som et eksempel skal vi ta et „3-materialhjørne”, fig. 7. Vi regner ut, med  $\lambda_1 = 1,4$ , og ellers de mål og materialkonstanter som er gitt på figuren:

$$\frac{aa}{\lambda_1} = \frac{0,05}{0,15 \cdot 1,4} = 0,24,$$

og kan skrive:

$$w_1 + \frac{1+0,1}{2} w_2 + \frac{0,10}{2} w_3 + \frac{0,24}{2} 20 + \frac{0,24}{2} 20 + \frac{1}{2} w_4 - (1 + \frac{1}{2} + \frac{0,24}{2} + \frac{0,24}{2} + \frac{0,10}{2} + \frac{1+0,1}{2}) w_0 = 0$$

Altså:

$$w_1 + 0,55 w_2 + 0,05 w_3 + 0,5 w_4 - 2,34 w_0 + 4,8 = 0$$

For verdien 0,5 til venstre i skjemaet, se bemerkningen til fig. 5.

Konstanten kommer selvfølgelig ikke med i feilforplantningsskjemaet, så dette blir som vist på fig. 7. Ved utledningen av ovenstående ligning må man legge merke til at temperaturen på de to sider av punktene 3 og 4 er forskjellig ( $w_{3-4}$  og  $20^\circ$ ). Varmestrømmen til punkt 0 må tenkes loddrett på det prikkede kvadrat.

Når vi har funnet de endelige verdier på  $w$ , finnes varmestrømmen etter formelen:

$$\Delta Q = \frac{\Delta w}{a} \lambda F \quad (9)$$

For en dybde loddrett på tverrsnittet av en enhet, og kvadratiske ruter, fås  $F = a$  og altså for én rutebredde:

$$\Delta Q = \Delta w \cdot \lambda$$

Ved overgangen til luft må den utregnede ekvivalente lengde innføres, f. eks. for overgang fra betong

til innvendig luft på  $20^\circ$ , med et overgangstall  $\frac{1}{a} = 0,15$ :

$$x = \frac{\lambda}{a} = 1,4 \cdot 0,15$$

$$\Delta Q = \frac{20 - w}{1,4 \cdot 0,15} 1,4 a = \frac{20 - w}{0,15} \cdot a$$

Vi skriver nu opp de antatte verdier i hvert rutepunkt, til høyre under linjen. De utregnede feil skriver vi opp til venstre over linjen. For hver korleksjon stryker vi over feilen, og skriver den nye over. Korleksjonen selv skrives opp til høyre over linjen.

Dermed er fremgangsmåten forklart, prinsipielt. Men det som gjør metoden så anvendelig, er tre praktiske regneregler som vi ennå ikke har omtalt.

Der hvor variasjonene i den søkte verdi øyensynlig er små, og hvor de kan „skjønnes” med forholdsvis god nøyaktighet, kan vi legge et meget åpent nett. Omkring hjørner, ved laster og opplagere, og ved andre uregelmessigheter, legges så et mer finmasket nett. For overgangen fra et nett til et annet benyttes formel (7).

Et annet middel til å lette regningen er „gruppe-relaksasjon”. Et eksempel vil forklare saken. La oss si at vi arbeider med ligning 5 og fig. 2, og har antatt verdien 10 i alle punkter, unntatt fire hvor vi har antatt verdien 20. Vi vil da få de feil som er vist på fig. 8. Hvis vi nå korrigerer bare ett av punktene, vil vi øke feilen i de to nabopunktene og måtte gå frem og tilbake flere ganger før resultatet blir brukbart. I stedet bruker vi grupperelaksasjon, som er på sin plass alltid når flere punkter ved siden av hverandre har feil med samme fortegn.

Tenker vi oss to nabopunkter forandret like meget, blir det ingen strømning mellom disse fra forandringen (se lign. 5a), bare de tre andre punkter

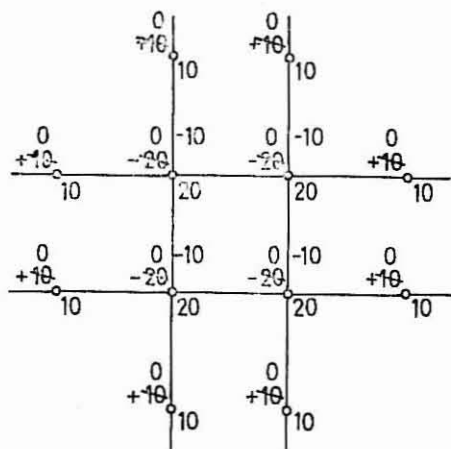


Fig. 8. Eksempel på «gruppe-relaksasjon».  $20 + 20 + 10 + 10 - 4 \cdot 20 = -20$ , se fig. 2. To veier ut fra midtgruppen, rettelser blir  $-20 : 2 = -10$ . Skrivemåten, se fig. 10.

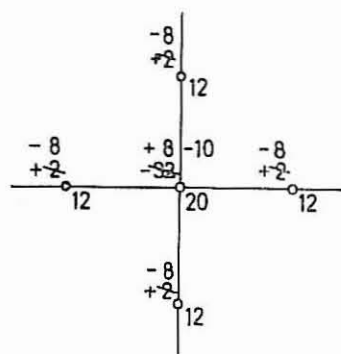


Fig. 9. «Over-kompensasjon».  $12 + 12 + 12 + 12 - 4 \cdot 20 = -32$ , se fig. 2. I stedet for rettelser  $-32 : 4 = -8$  tas straks rettelser  $-10$ , da rettelserne i nabopunktene vil produsere feil med negativt fortegn.

om hvert punkt blir virksomme. For en forandring lik 1 får altså disse to nabopunkter sin feil forandret med  $-3$ .

Vi foretar nå en gruppe-relaksasjon for de fire midtpunkter i fig. 8. Vi ser, etter ovenstående resonnement, at en forandring 1 her gir  $-2$  i midtpunktene. For å eliminere feilen  $-20$  må vi altså korrigerer med  $-10$ , og vi ser at alle feil forsvinner ved denne ene operasjon.

Et tredje middel er såkalt „over-kompensasjon”. Det er illustrert på fig. 9 hvor vi igjen antar at alle ikke viste punkter har verdier 10. Korrigerer vi her i midtpunktet med  $-8$ , går feilen ned til null. Men vi ser at de følgende korleksjoner i punktene omkring vil provosere nye negative feil i midtpunktet, så vi overkompenserer likegodt straks. I dette tilfelle vet vi jo det riktige resultat på forhånd, men i alminnelighet sparer regelen meget arbeid.

La oss benytte det foranstående til å beregne varmetransporten i en „kuldebro”. Det er allerede utført en del undersøkelser av dette, [6], [7] på teoretisk grunnlag. Resultatene avviker litt fra hverandre, men bekrefter kuldebroens virkning.

Vi tar som eksempel en betongvegg med lett-betongisolasjon, fig. 10. Vi antar  $\lambda_{bet} = 1,4$ ,  $\lambda_{lettbet} = 0,14$ ,  $\frac{1}{a_u} = 0,05$ ,  $\frac{1}{a_i} = 0,15$ . Med en utetemperatur  $= 0^\circ$ , en innetemperatur  $= 20^\circ$ , regner vi ut temperaturfordelingen i vegg uten kuldebro til  $1^\circ - 3^\circ - 17^\circ$ , som vist nederst på fig. 10.

Som første rutenett tar vi bare de viste punkter. Feilene regnes ut og korrigeres etter ligning (5a).

1. Betong—ut:  $w_1 + 0,5(w_2 + w_4) + 2,14w_3 - 4,14w_0 = 0$   
( $w_3 = 0$ )
2. Gjennom vegg:  $0,15w_1 + 0,53(w_2 + w_4) + w_3 - 2,22w_0 = 0$
3. Lettbetong—inn:  $0,714w_1 + 0,033(w_2 + w_4) + 0,15w_3 - 0,93w_0 = 0$   
( $w_1 = 20$ )

Punkt A:  $0,82w_1 + 0,53w_2 + w_3 + 0,83w_4 - 3,19w_0 = 0$

Punkt B:  $0,75w_1 + 0,033w_2 + 0,82w_3 + 0,667w_4 - 2,64w_0 + 7,14 = 0$

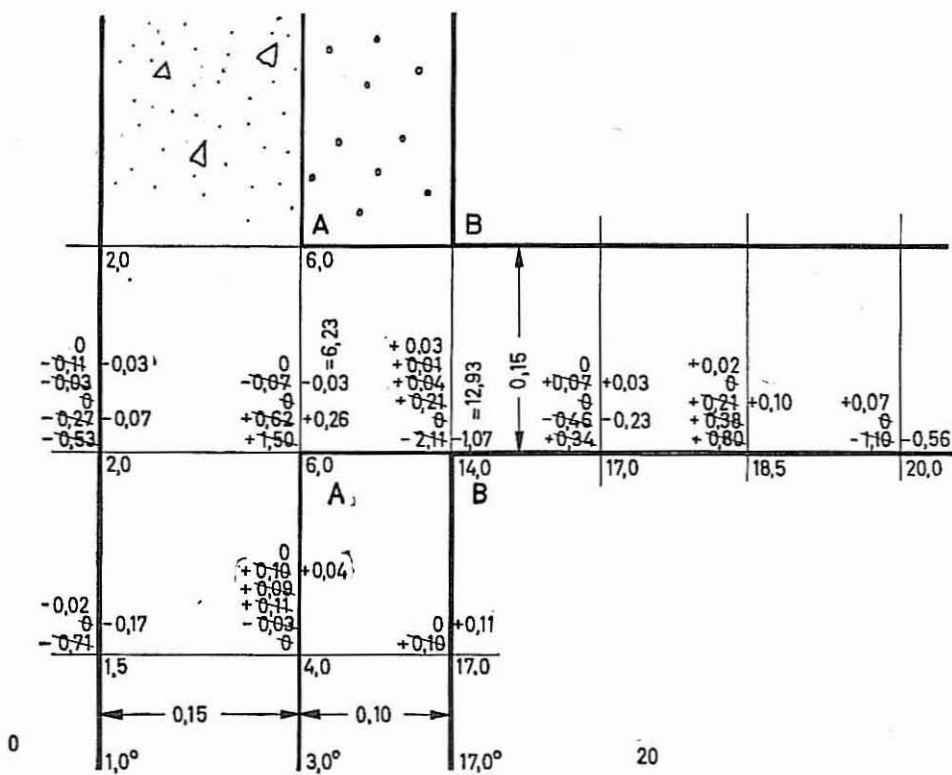


Fig. 10. Kuldebro, armert betong med lettbetong. De antatte verdier står til høyre under linjen, feilene til venstre over linjen. Korreksjonene står til høyre over linjen.

Vi benytter her „gruppe-relaksasjon”, idet de to punkter A rettes samtidig o.s.v. Det vil si at i feilskjemaet blir  $A = w_4$ , og koeffisienten for  $w_0$  blir  $\div 3,19 + 0,83 = \div 2,36$ .

Regner vi ut varmetransporten etter de tall fig. 10 har gitt, får vi:

Innenfra:

$$\frac{16,8-12,93}{2 \cdot 0,10} \cdot 1,4 \cdot 0,15 + \frac{20-12,93}{1,4 \cdot 0,15} \cdot 1,4 \cdot \frac{0,10}{2} + \frac{20-12,93}{0,14 \cdot 0,15} \cdot 0,14 \cdot \frac{0,15}{2} + \frac{20-17,11}{0,14 \cdot 0,15} \cdot 0,14 \cdot 0,15 = 12,84 \text{ kcal}$$

Gjennom lettbetong og tilliggende arm. betongplate: ..... 10,49 kcal.

Ut: ..... 9,69 kcal.

Disse tall gir halve varmetapet gjennom kuldebroen regnet fra midtaksen 15 cm til hver side.

Spredningen av resultatene er stor, som vi måtte vente med dette grove rutenett. Vi vet også hva den kommer av, betongen midt i dekket er varmere enn punkt A i linjen A—A, og kaldere enn punkt B i linjen B—B. Gjennomsnittet av disse verdier er 10,72 kcal, som en regning med finere rutenett viser er „riktig”. Utregningen her er gitt for å vise hvordan man kan få en oversikt over mange problemer med enkle midler.

Vi legger nu et mere finmasket rutenett, fig. 11, med 2,5 cm ruteavstand omkring hjørnene A og B. Her er vist hvordan feilen mellom punktene A hurtig kan elimineres ved hjelp av „gruppe-relak-

sasjon”. Alle punkter på A—A er først rettet  $+ 0,40$ , så er de tre punkter loddrett A—A langs senterlinjen rettet med  $+ 0,20$ , deretter er de enkelte punkter forbedret en del. Utgangsverdiene er oppnådd ved interpolasjon på fig. 10.

Varmegjennomgangstallet  $k$  for en vegg som denne er ca. 0,98. For en vegg på 2,70 m høyde ville altså varmetapet bli:

$$20 \cdot 0,98 \cdot 2,70 = 52,9 \text{ kcal}$$

Vi sammenligner dette med tapet når kuldebroen tas med:

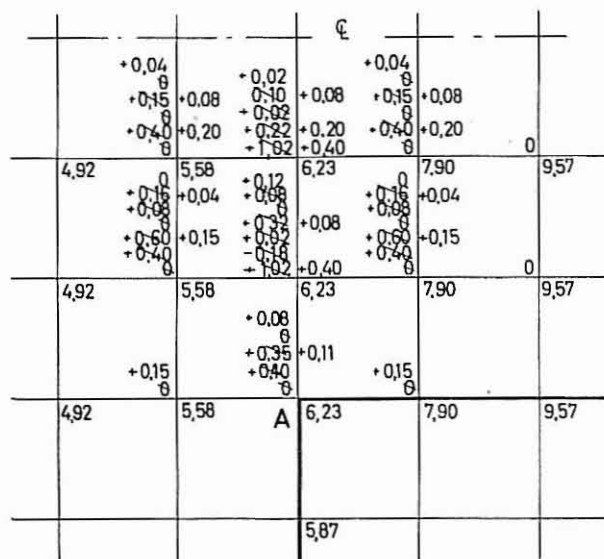


Fig. 11. Kuldebro, overgang til tettere masker. Forbedring av resultatene med bruk av «gruppe-relaksasjon».

Tap gjennom kuldebro, 30 cm opp og ned fra midte av dekke:  $10,70 \cdot 2 \dots\dots = 21,40$  kcal  
 Tap gj. 2,10 m vegg:  $20 \cdot 0,98 \cdot 2,1 = 41,20$  kcal  


---

 62,60 kcal

Dette tilsvarer en gjennomsnittlig verdi for veggen:

$$k = \frac{62,60}{20 \cdot 2,7} = 1,16$$

Tapet er 18% større enn det teoretiske tap hvis kuldebroen ikke tas med i regningen.

Vi ser at avkjølingene når ca. 50 cm inn langs gulvplaten. 25 cm inn har vi en temperatur på 19°C, så langt kan vi si at vi har en merkbar avkjøling. Legger vi nå inn en 25 cm bred og 2 cm tykk korkstripe, blir overflatetemperaturen overalt over 18,5°C (for 20° temperaturforskjell mellom ute og inne, regnet fra 0° ute), og varmetapet avtar fra 21,4 til 19,3 kcal, fra 18% til 14%. Med 6 øre pr 1000 kcal og 90 000 gradtimer i året, sparer vi 124 øre pr meter. Selv om korkstripen må regnes til 9—10 kroner pr m ferdig lagt, får man en god forrentning av pengene. En korkstripe oventil vil gi omtrent samme besparelse. Her må riktignok legges til at det i praktis ofte følger vanskeligheter med innbyggingen av disse korkstriper.

En mere effektiv isolering av kuldebroen som også som regel er lettere gjennomførbar, er å legge inn en isoleringsstripe „på høykant” langs veggen f. eks. en 7 cm høy og 5 cm tykk plate. Enda mer effektiv er den nærliggende løsning å skjære platen helt av og henge den opp i skråjern. Dette er jo en løsning som ofte gir seg selv, f. eks. der hvor veggene blir trukket opp med glideforskaling.

En beregning er også gjennomført med 10 cm mineralull istedenfor lettbetong. Her er regnet med en viss isolasjon også i gulvbelegg og puss, så overgangstallet gulv—luft er satt til 0,25. Vi får en  $k$ -verdi uten kuldebro på 0,31, mens verdien når kuldebroen tas med blir  $k = 0,52$ .

Tapet her er 68% større enn det teoretiske uten kuldebro. Vi ser, hva som jo også er nokså selvsagt, at betydningen av kuldebroen blir større jo bedre veggens isolasjon ellers er. Vi ser også at byggeforskriftenes krav om bestemte varmegjennomgangstall har liten mening, hvis de ikke også kombineres med krav til kuldebroene.

Ovenstående beregninger er som vist gjennomført med en antatt temperaturforskjell mellom ute og inne på 20°. Det tilsvarer omtrent den gjennomsnittlige temperaturforskjell i fyringssesongen. Hvilken temperaturforskjell vi antar, gjør selvfølgelig ingen forskjell for utregningen av  $k$ -verdien,

hverken for den opprinnelige eller for den korrigerte under hensyntagen til kuldebroen.

Men vi har også interesse av de virkelige temperaturer som opptrer i veggen, for å kunne undersøke kondensfaren. Disse kan for lettbetongisolasjonen lett utregnes på grunnlag av tallene i fig. 10 og 11. La oss for enkelhets skyld anta en utetemperatur på  $-20^\circ$ , innetemperatur på  $+20^\circ$ . Da får vi dobbelt så store temperaturfall som på figurene, altså i hjørnet  $B$   $6^\circ$ , i  $A$   $-7,3^\circ$ . Ved mineralullisolasjonen blir dekket som rimelig er noe kaldere, vi finner her  $4^\circ$  i punkt  $B$  og  $-10^\circ$  i  $A$ .

I ovenstående beregning er det ikke tatt hensyn til varmeledningen gjennom armeringen. Stål leder som kjent varmen 40 ganger så godt som betong, så ved dekker hvor det fins armering i varme-strømmens retning, kan denne få stor betydning. For å bære balkonger må det jo som regel legges inn en ganske betydelig armering, og denne føres ut i den kalde balkongplate. Det forklarer det forhold at man faktisk får et merkbart varmetap ved balkongene, til tross for at regningen [7] gir at varmetapet ikke bør være større enn ved dekker uten balkong.

Vi kan lett ta hensyn til varmetapet gjennom armeringen ved å innføre en annen verdi for varmeledningstallet i en smal stripe i armeringens retning. For eksempel kan man regne  $\lambda = 2 \cdot \lambda_{\text{lettbet}}$  i en ca 2,5 cm høy stripe i overkant og underkant dekke i armeringens retning. Det vil tilsvare en vanlig utførelse. Regningen er ikke gjennomført i detalj her, fremgangsmåten blir helt som ovenfor vist. En overslagsregning gir at vi nå får en gjennomsnittlig  $k$ -verdi på ca. 1,25 for veggen, og selvfølgelig lavere overflatetemperaturer enn før.

Forholdet blir igjen noe bedret ved at betongen i dekket må forutsettes å være tørrere og altså isolere bedre, enn betongen i veggen. Også dette kan det lett tas hensyn til i regningen.

En ting som spiller en stor rolle for kondensfaren, er det vi kan kalle „den tredimensjonale virkning”. Når hjørner og der hvor pillastre eller delevegger skjærer dekket, blir varmetapet og temperaturfallet gjennom kuldebroen større enn her utregnet. Også dette kan regnes ut, idet man først bestemmer temperaturforløpet i et vertikalsnitt, og så korrigerer resultatet i et horisontalsnitt. Men resultatene avhenger så sterkt av dimensjoner, fuktighet og armering, og av de usikre ytre og indre overgangstall, at det vel neppe er umaken verdt å gå lenger med regningen enn det er gjort her.

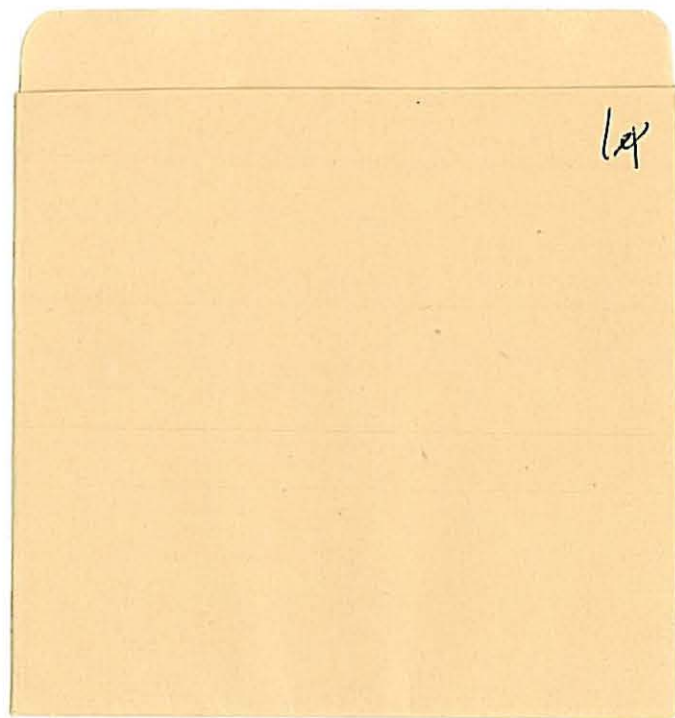
Foruten for den rent praktiske interesse saken har, er denne diskusjon gjennomført som en illustrasjon av hvordan det med relaksasjonsmetoden

er mulig å nå frem til akkurat så nøyaktige resultater som man ønsker. Overalt i teknikken støter vi på problemer som dette, som vanskelig kan løses med alminnelige metoder, men som vi på denne måte forholdsvis lett kan få oversikt over.

*Litteratur.*

- [1] *Southwell, R. V.: Relaxation methods in engineering science.* A treatise on approximate computation. Oxf. 1940. 252 s. (Oxford engineering science series).
- [2] *Southwell, R. V.: Relaxation methods in theoretical physics.* A continuation of the treatise relaxation methods in engineering science. Oxf. 1946. 248 s. (Oxford engineering science series.)
- [3] *Timoshenko, S. and J. N. Goodier: Theory of elasticity.* N. Y. 1951. 506 s. (Engineering societies monographs.)
- [4] *Emmons, H. W.: The numerical solution of partial differential equations.* Quarterly of applied mathematics, 1944, Oct., s. 173—94.
- [5] *Fox, L.: Solution by relaxation methods of plane potential problems with mixed boundary conditions.* Quarterly of applied mathematics, 1944, Oct., s. 251—57.
- [6] *Prestrud, Kristian K.: Varmeisolasjon av ildfaste boligbygg.* Oslo, Tanum, 1949. 199 s. (Oslo Byes Vel's boligundersøkelse. B. III.)
- [7] *Egeskjold, M.: Kuldebroer.* Kbh., (Teknisk forlag), 1956. 46 s. (Dansk ingeniørforening. Byggerationaliseringsudvalget. Montagebyggeri, 2.)
- [8] *Becher, P.: Varmetabet gennem plane tværdelte vægge.* Varme, 1950, juni, s. 47—58.





Særtrykk av Teknisk Ukeblad nr 22, 1958.

Særtrykk nr 1507.

AAS & WAHLS BOKTRYKKERI. OSLO