

KNEKNING AV VEGGER AV UARMERT BETONG

Buckling of Unreinforced Concrete Walls

Av dr. techn. ROLF SCHJØDT



Særtrykk av
NORDISK BETONG 1957:4

Knekning av vegger av uarmert betong

Buckling of Unreinforced Concrete Walls

Av dr. techn. ROLF SCHJØDT

KNEKNING AV VEGGER AV UARMERT BETONG

Buckling of Unreinforced Concrete Walls

Av dr. techn. R. SCHJØDT¹

UDK 624.022: 624.012.3: 624.075.2

Som regel er armering ikke nødvendig for å gi en betongvegg den nødvendige bæreevne, så den kan oppta de vertikale laster som kan komme på den.

Men man føler seg ikke sikker på hvor stor veggens knekningsmotstand er, og heller ikke på hvordan den vil oppføre seg når den blir utsatt for de momenter som i praksis er uunngåelige. Derfor blir armering som oftest lagt inn, selv om denne fordrer en bedre betongkvalitet, vanskeliggjør støpingen, og i det hele fordyrer veggen betraktelig.

I de senere år er det offentliggjort en del undersøkelser [1], [2], [3] om dette problem. Men det kan vel sies at disse undersøkelser ikke har gjort slutt på den usikkerhetsfølelse de fleste konstruktører har i forbindelse med uarmerte betongvegger. Denne usikkerhetsfølelse har som bekjent ført til det absurde forhold, at kravene til knekksikkerhet er blitt stillet høyere for en betongvegg enn for en teglsteinsvegg.

Det resonnement som ligger til grunn for de utførte forsøk fremgår av fig. 1. Når veggen blir belastet eksentrisk, vil betongen "flyte", og man vil få et spenningsdiagram under lasten som vist. Herved blir den største mulige eksentrisitet definert og begrenset.

Konstruktørens svar til dette kan uttrykkes omtrent sånn: Betongen er ganske visst et sprøtt materiale, men den kan dog som regel ta ganske store strekkpåkjenninger. Vi føler os derfor ikke overbevist om at veggen ikke kan få betydelig større momenter enn vist på fig. 1, og er redd for at den kan knekke ut under disse. Og en vegg eller søyle er alltid utsatt for momenter, på grunn av ensidig nyttelast eller uregelmessige spennvidder, selv om den er regnet som sentrisk belastet.

På den annen side, å gi regler som fastlegger knekksikkerheten som funksjon av de opptredende momenter er ikke praktisk, både på grunn av

¹ Norges Byggeforskningsinstitutt, Oslo.

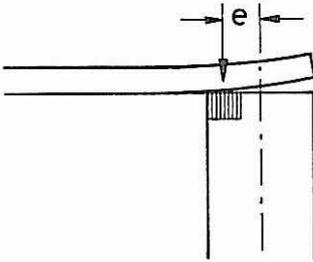


Fig. 1. Tenkt eksentrisk last på vegg.
Theoretical eccentric load on a wall.

det ganske betydelige arbeide det ofte er å regne ut disse, og på grunn av de mange usikre faktorer.

Forfatteren skal prøve å belyse hvor stor den ovenfor nevnte knekningsfare er.

En vegg eller søyle vil i alminnelighet være belastet omtrent som vist på fig. 2. Bli eksentrisiteten for stor, går vi ut fra at et ledd vil danne seg, som vist på fig. 1.

Totalmomentet, vist streket på fig. 2, er satt sammen av det ytre angripende moment og av momentet på grunn av veggens utbøyning y . Har dette totalmoment et maksimum et sted mellom dekkene, som vist på fig. 2, er det fare for at det ovenfor nevnte ledd ikke vil danne seg helt oppe under dekket, men lenger nede. Da vil selvfølgelig faren for brudd være stor.

Betingelsen for at momentmaksimum skal komme i veggens overkant (eller underkant), så det tidligere nevnt ledd vil danne seg der, er:

$$\frac{dM}{dx} = 0 \quad \text{for } x = 0$$

Nå kan det jo forekomme at også dekket under belaster veggen med et moment av samme størrelse. Da må momentmaksimum nødvendigvis komme midt på spennet. Men for det første er dette et usannsynlig tilfelle, for det annet vil det største moment da bare være $\frac{2}{3}$ av det tilfelle vi betrakter, og denne belastning faller skjelden eller aldri sammen med største vertikallast, så vi skulle kunne gå ut fra at vårt eksempel er det ugunstigste.

Vi kan skrive totalmomentet som

$$M = m \left(1 - \frac{3x}{2l} \right) + P \cdot y$$

Da har vi gått ut fra at veggen er innspent i foten. Som oftest vil innspenningen bare være delvis, vi skal diskutere dette forhold senere.

Vi har også benyttet oss av vårt kjennskap til m -kurvens forløp. Dette er ikke nødvendig, gjør vi det ikke får vi en fjerde ordens differential-

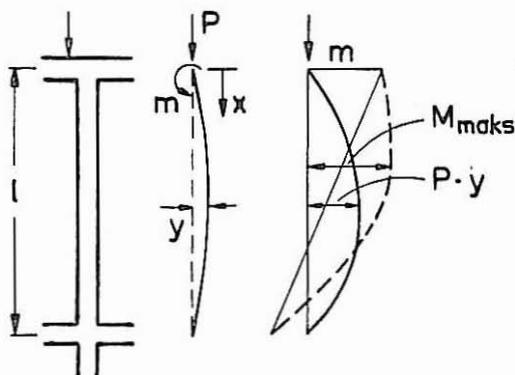


Fig. 2. Momentkurver for eksentrisk belastet vegg.

Moment curves for an eccentrically loaded wall.

ligning, istedenfor den nedenfor gitte annen ordens. Resultatet blir det samme.

Vi får

$$EI y'' = -m \left(1 - \frac{3x}{2l}\right) - P \cdot y$$

Med $k^2 = \frac{P}{EI}$ finner vi

$$y = A \sin kx + B \cos kx - \frac{m}{P} \left(1 - \frac{3x}{2l}\right)$$

Randbetingelsene er $y=0$ for $x=0$ og for $x=l$.

Vi finner

$$y = \frac{m}{P} \left(-\cotg kl \sin kx + \cos kx - \frac{1}{2} \frac{\sin kx}{\sin kl} - 1 + \frac{3x}{2l} \right)$$

$$M = m \left(-\cotg kl \sin kx + \cos kx - \frac{1}{2} \frac{\sin kx}{\sin kl} \right)$$

Betingelsen for at leddet skal danne seg ved veggens topp er da:

$$M' = 0 = mk \left(-\cotg kl \cos kx - \sin kx - \frac{1}{2} \frac{\cos kx}{\sin kl} \right),$$

for $x=0$

Dette gir

$$\cos kl = -\frac{1}{2}, \quad kl = \frac{2}{3} \pi$$

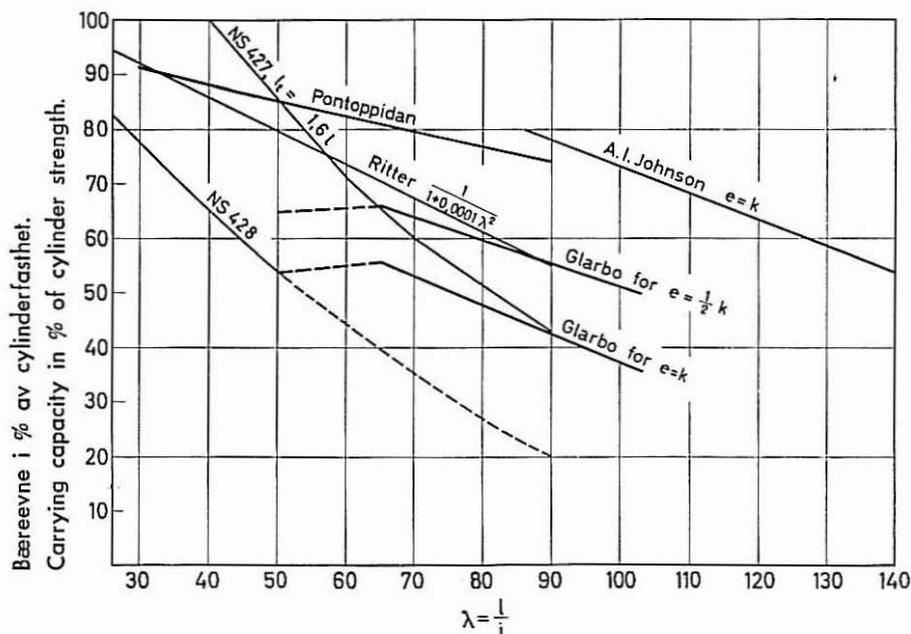


Fig. 3. Redusert bæreevne på grunn av knekning, etter forsøk og formler.
NS = Norsk Standard.

Reduced carrying capacity due to buckling, according to the theoretical analysis and to test results. NS = Norwegian Standard.

Når vi igjen innfører verdien for k , finner vi:

$$P = \frac{\pi^2 EI}{(1,5 l)^2}$$

Dette er den alminnelige formel for knekning av en søyle, med $1,5 l$ istedenfor l . Når knekningslengden blir forandret på denne måte, skulle en søyle av ikke strekkfast materiale ikke være farligere enn den tilsvarende homogene søyle.

Hadde vi forutsatt ledd i foten, ville regningen gitt $2 l$ istedenfor $1,5 l$. I alminnelighet forutsettes jo ved knekningsberegninger at støtten er fritt opplagret. Men her hvor tanken nettopp er å undersøke virkningen av momenter fra innspenning, må dette sies å være for ugunstig.

På den annen side er selvfølgelig full innspenning for gunstig. Det rimelige er å ta en verdi midt i mellom.

Det skulle derfor synes som om man med henblikk på den ovenstående utvikling kunne få en overordentlig enkel beregningsmåte for uarmerte vegger og søyler (og også for teglstensvegger), ved å foreskrive at de skal dimensjoneres som armerte konstruksjoner, men med en høyde lik 1,6 ganger den virkelige.

Denne regel skulle gjelde uten hensyn til eventuelt momentangrep på søylen. Hvor et moment kommer til, ville altså dimensjoneringsreglen bli:

$$\sigma = \frac{P}{F} \cdot \omega + \frac{M}{W} \cdot r < \sigma_{till},$$

hvor σ_{till} er den tillatte spenning for sentrisk trykk, og r forholdet mellom tillatt spenning for bøyning og trykk.

På fig. 3 er vist en del kurver som illustrerer forholdet. A. I. J o h n s o n s forsøk er for søyler som er innspent i foten, belastet med en eksentrisitet lik kjerneavstanden i toppen. Som man vil se ligger bæreevnen for dette tilfelle, som må kunne kalles normalt, langt over den foreslåtte beregningsmåte.

Glarbø's forsøk er utført med vegger som er belastet med samme eksentrisitet oppe og nede, altså et tenkt ugunstig tilfelle. Som det vil sees, ligger resultatene under disse omstendigheter omtrent på linje med forslaget.

SUMMARY

The load-carrying capacity of unreinforced concrete walls is to a large extent limited by the unforeseen bending moments to which they may be subjected. If these moments exceed a certain limit the wall should crack at the top or bottom, forming a "plastic hinge" and giving an upper limit to the size of the moments.

It is pointed out that the above is dependent on the bending moment's being a maximum at the top or bottom, and that the moment from the load multiplied by the abscissa of the elastic line may result in the maximum moment's occurring nearer the middle of the wall. The hinge may then form here, with resulting collapse of the wall.

This is used as a criterion for buckling, and computations show that an unreinforced concrete column fixed at the bottom may be assumed to have an equivalent length of 1.5 times the length of a similar column of a homogeneous material. If the column is hinged at the bottom, the equivalent length is 2.0 l . The author proposes the use of an equivalent length = 1.6 l .

R. SCHJØDT

Litteratur

- [1] O. Glarbo: Uarmerede betongvæggers bæreevne. "Ingeniøren", nr 25, 1951.
- [2] A. I. Johnson: Slanka oarmerade betongväggars hållfasthet. "Nordisk Betong", nr 2, 1957.
- [3] J. A. Pontoppidan: Om uarmerede betongvæggers bæreevne. "Bygningsstatistiske Meddelelser", nr 2, 1951.